

به نام خدا

امتحان میان ترم چند متغیره پیوسته

مدت پاسخگویی ۱۲۰ دقیقه

۱- فرض کنید  $x \sim N_p(\mu, \Sigma)$  باشد در این صورت تابع مولد گشتاور  $x$  را بیابید. (۱ نمره)

۲- نشان دهید که دترمینان یک ماتریس متقارن برابر حاصلضرب مقادیر ویژه آن. (۰/۵ نمره)

۳- تجزیه طیفی ماتریس زیر را بیابید و سپس  $A^{\frac{1}{2}}$  را به دست آورید (۱/۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

۴- فرض کنید بردار  $X_{3 \times 1}$  دارای توزیع  $N_3(\mu, \Sigma)$  با  $\mu = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ,  $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  باشد.

الف) توزیع  $X_3 - 2X_2$  را بیابید.

ب) بردار دو بعدی  $a$  را طوری بیابید که  $X_2$  و  $X_2 - a' \begin{bmatrix} X_1 \\ X_3 \end{bmatrix}$  مستقل باشند.

ج) توزیع شرطی  $\begin{bmatrix} X_3 - 2X_1 \\ X_1 \end{bmatrix}$  را با معلوم بودن  $X_2 = x_2$  بیابید. (۲ نمره)

موفق باشید