

فصل نهم آزمونهای ناپارامتری

در این قسمت به بررسی روشهای ناپارامتری خواهیم پرداخت. لازم به ذکر است که تفاوت اصلی بین آزمونهای پارامتری و ناپارامتری این است که در آزمونهای ناپارامتری ما فرض نرمال بودن دادهها را حذف میکنیم. امروزه استفاده از این روشها به سرعت گسترش پیدا کرده است و علت اصلی گسترش این آزمونها از آنجا حاصل میشود که در بسیاری موارد آزمونگر در مورد نوع توزیع جامعه مورد بررسی خود، اطلاع دقیقی ندارد. در ادامه به بررسی این آزمونها که در

نرم افزار Minitab بخوبی میتوان از آنها استفاده نمود میپردازیم. آزمون علامت U

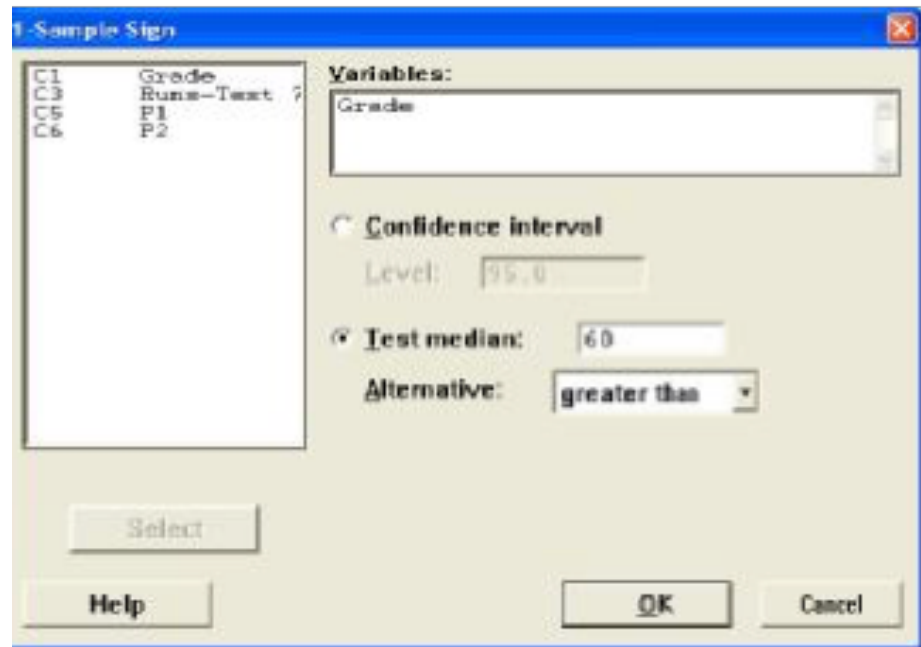
به منظور آشنائی با نحوه انجام این آزمون مثالی را بصورت زیر مورد بررسی قرار میدهیم. مثال: میخواهیم ببینیم آیا میانه نمرات دانشجویان آمار از ۶۰ بزرگتر است یا خیر؟ نمرات دانشجویان در جدول ۹-۱ آمده است:

آزمونهای ناپارامتری

ابتدا فایل Nonpar-1.MTW را باز نمائید و بصورت زیر عمل کنید

Stat Nonparametrics 1-Sample Sign

ستون (Grade شکل ۹-۱) را در قسمت Variables وارد نمائید سپس قسمت Test greater than Alternative را انتخاب کرده، عدد ۶۰ را تایپ نمائید و قسمت Median than تغییر دهید سپس بر روی دکمه Ok کلیک نمائید، خروجی نرم افزار بصورت شکل ۹-۲ خواهد بود. چون مقدار Pvalue بزرگتر از مقدار 0.05 شده است بنابراین فرض، $H_0: \text{Median} = 60$ رد نمیشود



شکل ۹-۱

Sign Test for Median: Grade

Sign test of median = 60.00 versus > 60.00

	N	Below	Equal	Above	P	Median
Grade	35	14	3	18	0.2983	61.00

شکل ۹-۲

فروچی آزمون علامت

بدست آوردن فاصله اطمینان

برای یادگیری نحوه بدست آوردن فاصله اطمینان مثال زیر را مورد بررسی قرار می دهیم داده های مسئله قبل را در نظر گرفته و برای میانه آن ها یک فاصله اطمینان با 99% بدست آورید. برای بدست آوردن فاصله اطمینان فوق باید بصورت زیر عمل نمود :

Stat NonParametrics 1- Sample Sign

در قسمت (Variables شکل ۹-۳) ستون Grade را وارد کنید سپس Confidence

interval را انتخاب نمائید و در قسمت Level عدد ۹۹ را تایپ کنید سپس بر روی دکمه Ok کلیک نمائید، خروجی نرم افزار بصورت شکل ۹-۴ خواهد بود .



شکل ۹-۳ تنظیمات مربوط به مناسبه فاصله اطمینان به وسیله آزمون علامت

Sign CI: Grade

Sign confidence interval for median

	N	Median	Achieved Confidence	Confidence Interval		Position
				Lower	Upper	
Grade	35	61.00	0.9833	47.00	77.00	11
			0.9900	47.00	78.20	MLI
			0.9940	47.00	80.00	10

شکل ۹-۴

شروطی مربوط به
مناسبه فاصله اطمینان
به وسیله آزمون علامت

آزمون ویلکاکسون

در آزمون علامت تنها علائم مثبت و منفی به کار گرفته میشود در حالی که یک داده ممکن است یک واحد اختلاف داشته باشد و داده دیگری ۱۰ واحد، آزمون ویلکاکسون علاوه بر در نظر گرفتن مثبت یا منفی بودن داده ها مقدار تفاوت آنها را نیز در نظر میگیرد و چون اطلاعات بیشتری را مورد استفاده قرار می دهد بنابراین دارای جواب دقیق تری نیز نسبت به آزمون

علامت می باشد. برای یادگیری این تست داده های مثال قبل را مورد استفاده قرار می دهیم، حال این تست را مورد آزمون قرار دهید که آیا مقدار میانه از ۶۵ کمتر است یا خیر؟ فایل

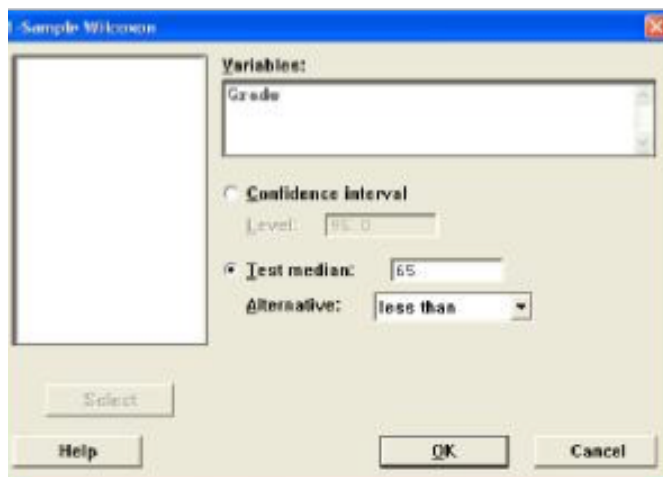
NonPar-1.MTW را باز نموده و بصورت زیر عمل نمائید :

Stat NonParametrics 1-Sample Wilcoxon Test

اکنون در قسمت (Variables شکل ۹-۵) متغیر Grade را وارد نمائید و قسمت

Test Median

را انتخاب نمائید سپس قسمت **Alternative** را به **Less Than** تبدیل کرده و در قسمت **Test Median** عدد ۶۵ را تایپ نمائید، بر روی دکمه **Ok** کلیک نمائید، خروجی نرم افزار بصورت شکل ۹-۶ خواهد بود .



شکل ۹-۵ تنظیمات مربوط به آزمون ویلکاکسون

Wilcoxon Signed Rank Test: Grade

Test of median = 65.00 versus median < 65.00

	N	for	Wilcoxon	Estimated	
	N	Test	Statistic	P	Median
Grade	35	35	272.5	0.246	62.50

شکل ۹-۶

خروجی نرم افزار برای
آزمون ویلکاکسون

چون مقدار $P\text{value} = 0.246$ شده است و از 0.05 کوچکتر نیست بنابراین $H_0: \text{Median} = 65$ رد نمی شود .

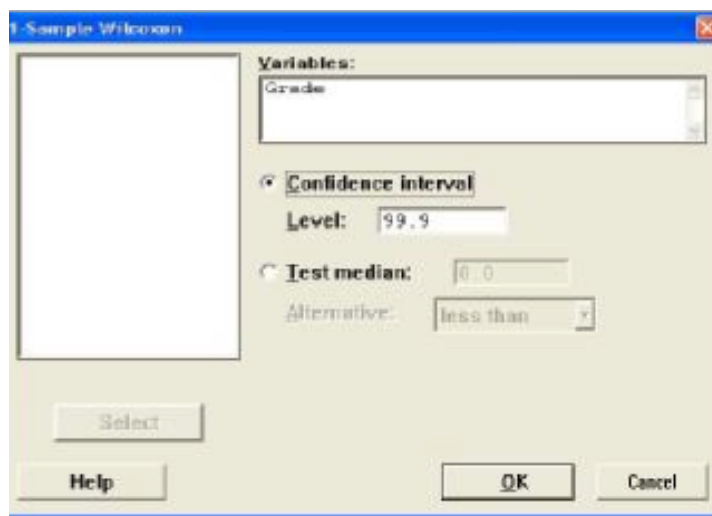
بدست آوردن فاصله اطمینان

برای میانه داده های قسمت قبل یک فاصله اطمینان ۹۹٫۹ بدست آورید برای انجام این کار بصورت زیر عمل نمائید :

Stat NonParametrics 1-Sample Wilcoxon

در قسمت (Variable شکل ۷-۹) ستون Grade را وارد نمائید سپس قسمت

Confidence interval را انتخاب نمائید و در قسمت Level عدد ۹۹٫۹ را تایپ کنید، بر روی دکمه Ok کلیک نمائید، خروجی نرم افزار بصورت شکل ۸-۹ خواهد بود .



شکل ۷-۹ تنظیمات مربوط به بدست آوردن فاصله اطمینان با استفاده از آماره ویلکاکسون

Wilcoxon Signed Rank CI: Grade

	N	Estimated Median	Achieved Confidence	Confidence Interval	
				Lower	Upper
Grade	35	62.5	99.9	47.5	77.5

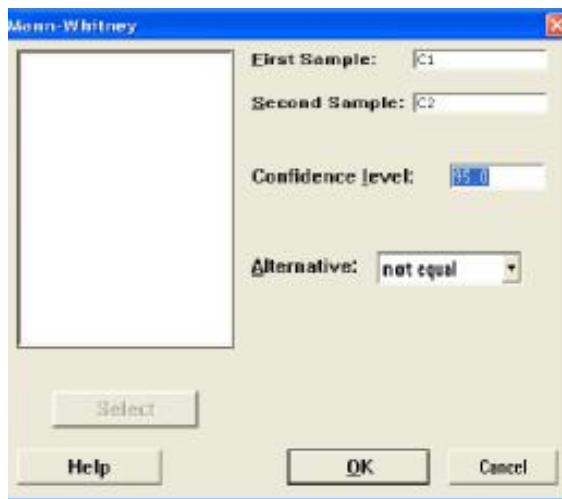
شکل ۸-۹
خروجی نرم افزار برای
بدست آوردن فاصله
اطمینان با استفاده از
آماره ویلکاکسون

آزمون من ویتنی

این آزمون در واقع معادل آزمون مجموع رتبه ای ویلکاکسون برای دو نمونه مستقل می باشد. در این آزمون فرض صفر، یکی بودن توزیع دو نمونه مستقل است و فرض مقابل رد یکی بودن توزیع دو نمونه میباشد. مثال: مثال زیر را در نظر بگیرید این بار می خواهیم آن آزمون را با تست من ویتنی انجام دهیم فایل BasicSta.MTW را باز نموده و بصورت زیر عمل نمائید :

Stat NonParametrics Mann - Whitney

در قسمت (First Sample شکل ۹-۹) ستون C1 را وارد نمائید. در قسمت Second Sample نیز ستون C2 را وارد نمائید و Alternative not equal را انتخاب کرده و بر روی دکمه Ok کلیک نمائید، خروجی نرم افزار بصورت شکل ۹-۱۰ خواهد بود .



شکل ۹-۹ تنظیمات مربوط به آزمون من - ویتنی

Mann-Whitney Test and CI: C1; C2

	N	Median
C1	7	16.000
C2	8	15.500

Point estimate for ETA1-ETA2 is 0.500
 95.7 Percent CI for ETA1-ETA2 is (-1.499;2.499)
 n = 61.0
 Test of ETA1 = ETA2 vs ETA1 not = ETA2 is significant at 0.6025
 The test is significant at 0.6002 (adjusted for ties)

شکل ۹-۱۰

خروجی نرم افزار برای

آزمون فرض بوسیله

آماره مان - ویتنی

آزمون کروسکال - والیس

این آزمون معادل آنالیز واریانس یکطرفه در آزمونهای پارامتری می باشد. برای یادگیری نحوه کار با این آزمون مثال زیر را مورد بررسی قرار می دهیم. مثال: فایل Anova1 MTW.1 - را باز نموده و بصورت زیر عمل کنید :

Stat Nonparametrics Kruskal-Wallis

در قسمت (Response) ستون Response را وارد نمائید و در قسمت Factor

ستون %Cotton را وارد کنید، سپس بر روی دکمه Ok کلیک نمایید،

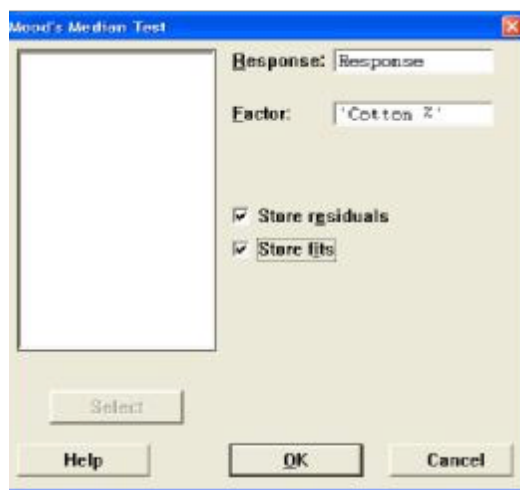
برابری میانه تمام داده ها

در این تست فرض H_0 ، برابری میانه تمام داده ها و فرض H_1 ، عدم برابری حداقل دو میانه ها با هم است. برای انجام این آزمون مثال قبلی را در نظر گرفته و بصورت زیر عمل نمایید :

Stat Nonparametric Moods Median Test

در قسمت (Response شکل ۹-۱۳) ستون Response را وارد نمایید و در قسمت Factor

ستون %Cotton را وارد کنید. به منظور ذخیره باقیمانده ها و مقادیر پیش بینی شده مدل به ترتیب Store residuals و Store fits را انتخاب نمایید و بر روی دکمه Ok کلیک نمایید، خروجی نرم افزار بصورت شکل ۹-۱۴ خواهد بود .



شکل ۹-۱۳ تنظیمات مربوط به آزمون میانه ها

Mood Median Test: Response versus Cotton %

Mood median test for Response

Chi-Square = 16.99 DF = 4 P = 0.002

Cotton %	N<=	N>	Median	Q3-Q1	Individual 95.0% CIs
15%	5	0	9.0	6.0	(---+-----)
20%	2	3	17.0	6.0	(-----+--)
25%	1	4	18.0	3.0	(-----*--)
30%	0	5	22.0	5.0	(-----*-----)
35%	5	0	11.0	4.5	(-----+-----)

-----+-----+-----+-----+
10.0 15.0 20.0 25.0

Overall median = 15.0

* NOTE * Levels with < 6 observations have confidence < 95.0%

شکل ۹-۱۱

فروبی مربوط به آزمون برابری میانه‌ها

لازم به ذکر است چون مقدار $P=0.002$ شده است و مقدار آن کمتر از 0.05 می باشد بنابراین فرض H_0 یعنی برابری همه میانه ها با هم رد می شود .

آنالیز واریانس دو طرفه

در آزمونهای ناپارامتری می توان از تست فریدمن^۱ بهره جست. این آزمون برای طرح های بلوک بندی شده کاربرد دارد. دقت داشته باشید این آزمون حالت عمومی از تستهای جفتی میباشد. در این آزمون فرض بر این است که آزمونگر در هر بلوک آزمایش تنها یک مشاهده انجام داده است. در ادامه مثالی در مورد ارزیابی اثر سه داروی جدید بر فعالیتهای آنزیمی بررسی شده است. اثر درمانی سه داروی مختلف بر روی چهار موش آزمایشگاهی (هر موش در مکانی جداگانه قرار دارد) مورد ارزیابی قرار گرفته است. میخواهیم بدانیم تفاوتی بین داروهای

مختلف وجود دارد یا خیر؟ فایل Exh_stat.MTW را باز نموده و بصورت زیر عمل کنید :

Stat Nonparametric Friedman

آزمون تصادفی بودن داده ها RUNS TEST

این آزمون به منظور تعیین تصادفی بودن یکسری داده به کار میرود. به این نوع آزمون، آزمون گشت

نیز گفته میشود. در این آزمون نرم افزار، میانگین داده ها را حساب میکنند و تصادفی بدون داده ها را با توجه به تعداد گشتهها بررسی میکنند. لازم به ذکر است که یک گشت در واقع وقتی حاصل می شود که دو داده متوالی یکی بالای مقدار میانگین k و دیگری پایین تر از آن باشد. برای یادگیری، مثال زیر را بررسی می کنیم.

مثال: آزمونگری برای بررسی یک موضوع خاص سئوالاتی را مطرح میکند و با توجه به نوع سئوال از بین صفر، یک، دو و سه یک عدد انتخاب میکند، حال تصادفی بودن این سری از اعداد را بررسی کنید. این مثال در فایل **Nonparametrics.MTW** آمده است، برای بررسی تصادفی بودن این داده ها بصورت زیر عمل نمائید :

Stat Nonparametrics Runs Test

در قسمت Variables ستون 7 Runs-Test را وارد نمائید و گزینه Above

and below the mean را انتخاب نمائید. سپس بر روی دکمه Ok کلیک نمائید، خروجی نرم افزار بصورت زیر خواهد بود .

Runs Test: Runs-Test 7

Runs test for Runs-Test 7

Runs above and below $K = 2$

The observed number of runs = 13

The expected number of runs = 11.56

6 observations above K ; 44 below

* N is small, so the following approximation may be invalid.

P-value = 0.316

شکل ۹-۱۷ خروجی نرم افزار برای بررسی آزمون تصادفی بودن دادهها

همانطور که از خروجی مسئله مشخص است، فرض H_0 را نمی توان رد کرد یعنی اعداد تصادفی هستند .

محاسبه تمام میانگینهای ممکن یک ستون

شما با استفاده از Minitab می توانید تمام میانگین های دو تایی ممکن یک ستون از اعداد خود را محاسبه نمائید. برای آشنائی بهتر مثالی را بصورت زیر مورد بررسی قرار میدهیم. فایل

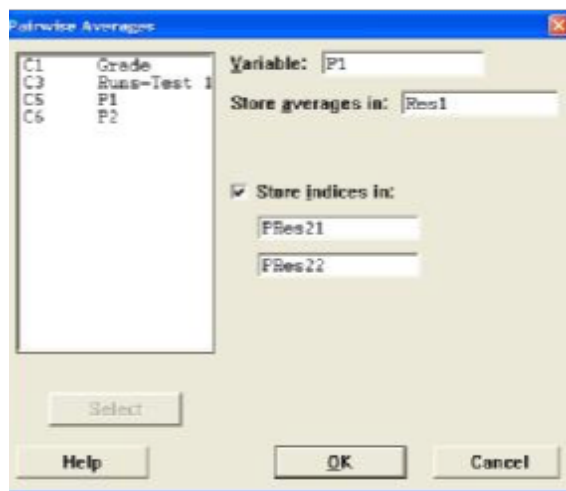
Nonparametrics.MTW را باز نموده سپس بصورت زیر عمل نمائید :

Stat Nonparametrics Pairwise Average

در قسمت (Variable شکل ۹-۱۸) ستونی که میخواهید محاسبات برای آن ستون انجام شود را انتخاب نمائید، در اینجا ستون P1 را انتخاب نمائید سپس در قسمت

Store average in

ستونی که میخواهید جواب در آن ذخیره شود را انتخاب نمائید. در صورتی که مایلید در کنار ستون جواب ستونهائی را داشته باشید که نشان دهد میانگین از حاصل کدام دو عدد بوجود آمده است، قسمت Store indices in را انتخاب کرده و ستون هائی که می خواهید اعداد در آن نوشته شود را وارد نمائید سپس بر روی دکمه Ok کلیک نمائید، خروجی نرم افزار بصورت شکل ۹-۱۹ خواهد بود .



شکل ۹-۱۸ تنظیمات مربوط به مناسبه تمام میانگینهای ممکن یک ستون

C7	C8	C9
Res1	PRes21	PRes22
1.0	1	1
1.5	1	2
2.0	2	2
2.0	1	3
2.5	2	3
3.0	3	3
2.5	1	4
3.0	2	4
3.5	3	4
4.0	4	4
3.0	1	5
3.5	2	5
4.0	3	5
4.5	4	5
5.0	5	5

شکل ۹-۱۹ فروری مربوط به مناسبه تمام میانگینهای یک ستون

تذکره ۱: لازم به یادآوری است که Minitab برای n ، به تعداد

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

میانگین حساب می کند بطور مثال اگر در قسمت Store indices in دو ستون x و y را تایپ نمائید، میانگین آن ها بصورت

$$\frac{(x+y)}{2}$$

حساب می شود.

تذکره ۲: لازم به ذکر است که دو ستون x و y در واقع شماره ردیف اعداد را نشان میدهد نه خود اعداد را .

محاسبه تفاوت بین اعداد

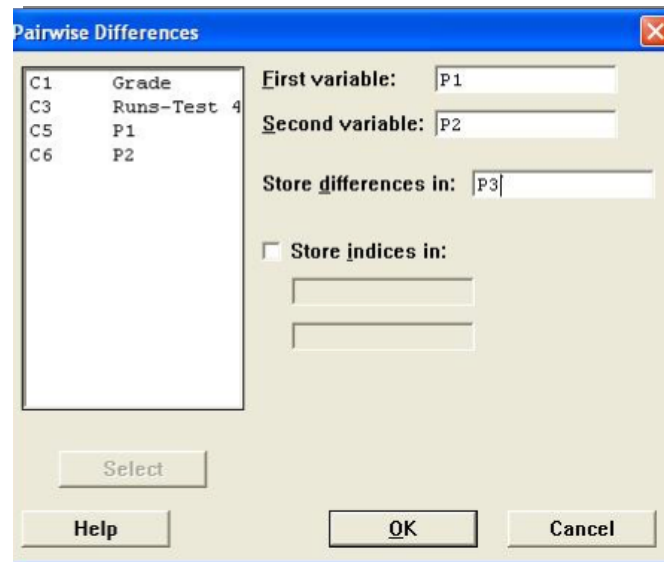
برای آشنائی با این قسمت مثال قبل را در نظر گرفته و این بار بصورت زیر عمل نمائید :

Stat Nonparametrics Pairwise Differences

حال در قسمت (First variable شکل ۹-۲۰) ستون P1 را وارد نمائید و در قسمت

Store differences in

را وارد کنید سپس در قسمت P2 ستون Second variable ستونی که میخواهید تفاضل اعداد در آن ذخیره شود را انتخاب نمائید، در صورتی که میخواهید شماره اعداد نیز نشان داده شود قسمت Store indices in را انتخاب نمائید و ستونهایی که میخواهید جوابتان در آنها ذخیره شوند را تایپ نمائید. خروجی نرمافزار بصورت شکل ۹-۲۱ خواهد بود .



شکل ۹-۲۰ شکل مربوط به مناسبه تفاضل اعداد یک ستون

C5	C6	C7
P1	P2	P3
1	0.5	0.5
2	1.5	-0.5
3	2.0	-1.0
4	2.5	-1.5
5	4.0	-3.0
		1.5
		0.5
		0.0
		-0.5
		-2.0
		2.5
		1.5
		1.0
		0.5
		-1.0
		3.5
		2.5
		2.0
		1.5
		0.0
		4.5
		3.5
		3.0
		2.5
		1.0

شکل ۹-۲۱ فروبی مربوط به مناسبه تفاضل اعداد یک ستون