

۱- مفاهیم: پارامتر، آماره، کارایی و برآورد فاصله ای را بطور کامل بیان کنید.

۲- جامعه ای دارای میانگین ۹۹ و انحراف معیار ۷ است اگر نمونه به حجم ۲۵ استخراج شود میانگین و واریانس میانگین نمونه را بدست آورید

۳- فرض کنید X_1 و X_2 نمونه ای از $f_X(x; \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$, $X > 0$ باشد.

الف) نشان دهید \bar{X} یک برآوردگر ناریب برای θ می باشد.

۴- نتایج زیر از یک نمونه تصادفی استخراج شده از جامعه ای به دست آمده است: میانگین و تغییرات نمونه را بدست آورید

$$\sum_{i=1}^{51} y_i = 153, \sum_{i=1}^{51} y_i^2 = 664,$$

۵- فرض کنید X_1, X_2 یک نمونه تصادفی از جمعیتی با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند.

الف) تحت چه شرایطی $T = a_1 X_1 + a_2 X_2$ یک برآوردگر ناریب با کمترین واریانس برای μ می باشد.

ب) پس از محاسبه a_1 و a_2 ، کارایی برآوردگر T_1 را نسبت به $T_2 = \frac{X_1 - 2X_2}{2}$ محاسبه کنید.

۶- درآمد ماهیانه دانشجویی از سه محل تامین می شود. از طریق والدین مقدار تصادفی $X_1 \sim N(175, 25)$ ، از محل کار دانشجویی اول مقدار ثابت 50 هزار تومان و از کار دانشجویی دوم مقدار تصادفی $X_2 \sim N(75, 11)$ به طوری که X_1 و X_2 از هم مستقلند. احتمال این که درآمد ماهیانه دانشجو بیشتر از 312 هزار تومان شود چقدر است؟

۷- نمره یک درس در امتحان میان ترم دارای میانگین 5 و انحراف معیار 3 و در امتحان پایان ترم دارای میانگین 6 و انحراف معیار 4 می باشد. فرض کنید نمرات دو امتحان از یکدیگر مستقل بوده و هر یک دارای توزیع نرمال باشند. شخصی در این درس قبول می شود که دو برابر نمره میان ترم او بعلاوه 2 برابر نمره پایان ترم او از 18 کمتر نباشد. اگر در این درس 50 نفر ثبت نام کرده باشند چند نفر آنها رد می شوند. $\Phi(-0.4) = 0.3446$

۸- استادی از تجارب قبلی خود می داند که نمرات آزمونی که یک دانشجو در امتحان وی اخذ می کند متغیر تصادفی با میانگین 75 است و واریانس نمرات دانشجو 25 است در مورد $P(65 < X < 75)$ چه می توان گفت؟

۹- فرض کنید X_1, \dots, X_{50} نمونه تصادفی به حجم 50 از یک متغیر تصادفی پواسن با میانگین 5 باشد از قضیه حد مرکزی تقریبی برای $P(\bar{x} > 7)$ به دست آورید.

۱۰- نمرات درس 4 واحدی ریاضی، 3 واحدی آمار و 3 واحدی کامپیوتر به ترتیب دارای توزیع نرمال با میانگین های 12، 15 و 16 و واریانسهای 2، 3 و 2 است احتمال اینکه معدل یک نفر در این سه درس حداقل 15 باشد را بیابید