



دانشگاه سمنان  
دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

### نظریه اندازه و احتمال - ریاضیات مالی

مدت زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ برگزاری امتحان:

نام استاد: حسینی

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی دانشجو:

۲	۱- فرض کنید $X$ و $Y$ دو متغیر تصادفی بر $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ باشند ثابت کنید $\sup_A  P(X \in A) - P(Y \in A)  \leq P(X \neq Y)$
۲	۲- فرض کنید $X_n \xrightarrow{P} X$ ثابت کنید که الف) $\frac{1}{X_n} \xrightarrow{P} \frac{1}{X}$ ب) $X_n \xrightarrow{D} X$
۲	۳- فرض کنید $\{X_n\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی نامنفی که به $X \geq 0$ میل می‌کنند نشان دهید $E(X) \leq \liminf E(X_n)$
۲	۴- نابرابری مینکوسفکی را ثابت کنید $E( X + Y ^p)^{\frac{1}{p}} \leq E( X ^p)^{\frac{1}{p}} + E( Y ^q)^{\frac{1}{q}}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$
<b>از دو سوال زیر یکی به دلخواه پاسخ دهید</b>	
۲	۵- اگر $X$ و $Y$ متغیرهای تصادفی مستقل باشند و $E(X)$ موجود باشد آن گاه برای هر $B \in \mathcal{B}(R)$ داریم $\int_{[Y \in B]} X dp = E(X)P(Y \in B)$
۲	۵- فرض کنید $X_n \rightarrow X$ و $\max( X_n ,  X ) \leq K$ و ثابت، آن گاه نشان دهید (از قضیه DCT) $\lim_{n \rightarrow \infty} E( X_n - X ) = 0$

موفق باشید