

# برگه طرح سوالات امتحانی پایان ترم نیمسال دوم ۹۵-۹۶



دانشگاه گیلان  
دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

نام استاد: حسینی تاریخ برگزاری امتحان: ۹۶/۳/۳۱ مدت زمان امتحان: ۱۸۰ دقیقه

نام درس: مدل‌های خطی (۱) گروه آموزشی: آمار تعداد سوال: ۳

نام و نام خانوادگی دانشجو: شماره دانشجویی:

۱- در مدل رگرسیونی رتبه ناقص

$$\{y = X\beta + \varepsilon, E(\varepsilon) = 0, Var(\varepsilon) = \sigma^2 I_n, rank(X_{n \times (k+1)}) = r \leq K\} \quad (1)$$

الف) فرض کنید  $H_0: K' \beta = 0$  قابل آزمون باشد آماره آزمون مناسب را معرفی کنید نشان دهید  $Q$  و  $SSE$  مستقلند و توزیع آماره آزمون را به دست آورید. چرا در فرم  $Q$ ،  $K'GK$  ناویژه است؟! (۳ نمره)

۷

ب) اگر ماتریس‌های  $S'$  و  $S'X$  هر دو سطری رتبه کامل و از رتبه  $r$  باشند نشان دهید که  $S(S'X'XS)^{-1}S'$  یکی از وارون‌های تعمیم یافته  $X'X$  می‌باشد. (۲ نمره)

ج) فرض کنید مدل (۱) محدود شده به قید  $P' \beta = \delta$  باشد برآورد نارایب واریانس را برای مدل محدود شده به دست آورید. (۲ نمره)

۲- سه روش بسته بندی غذا مقایسه شده اند و پاسخ اسکوربیک می‌باشد.

الف) فرم ماتریسی مدل رگرسیونی را به صورت  $y = X\beta + \varepsilon$  تشکیل دهید. (۵/۰ نمره)

ب) جدول آنالیز واریانس بدون انحراف از میانگین را به دست آورید و تحلیل کنید. (۱ نمره)

A	B	C
۱۵	۲۳	۲۶
۱۸	۲۵	
۱۹		

ج) یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای  $\mu + \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$  به دست آورید. (۵/۰ نمره)

د) فرض  $H_0: \mu + \alpha_1 = \mu + \alpha_2 = 20$  را آزمون کنید. (۱ نمره)

ه) آیا فرض  $H_0: \alpha_2 + \alpha_3 = 40$  قابل آزمون است اگر نیست آماره آزمون فرض در واقع برای چه فرضی می‌باشد. (۱ نمره)

۸

و) با در نظر گرفتن محدودیت قابل برآورد  $\alpha_1 = 0$  روی مدل و تحت آزمون فرض  $H: \mu + \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) = 40$  جواب ضرایب رگرسیونی را به دست آورید. (۱ نمره)

ز) با در نظر گرفتن محدودیت روی پاسخ‌ها به صورت  $\alpha_3^0 = 0$ ، از روش معادلات نرمال اصلاح شده برآورد ضرایب رگرسیونی را به دست آورید. (۱ نمره)

ح) از روش معادلات نرمال اصلاح شده برآورد ضرایب رگرسیونی را تحت محدودیت غیرقابل برآورد به صورت  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0$  به دست آورید. (۱ نمره)

ط) با در نظر گرفتن محدودیت غیرقابل برآورد روی مدل به صورت  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0$  و محدودیت روی پاسخ‌ها به صورت  $\alpha_3^0 = 0$  جواب ضرایب رگرسیونی را بنویسید (۱ نمره)

$$F_{2,3,0.05} = 9.55, t_{3,0.025} = 3.18, F_{1,3,0.05} = 10.13, F_{3,3,0.05} = 9.30$$

موفق باشید