

دروس محاسبات آماری و روشهای آماری با نرم افزار MINITAB 16

استاد درس: دکتر حسینی – دکتر کریمی

مثال ۱: (بررسی یک جامعه) با استفاده از دادههای زیر برای میانگین و واریانس واقعی جامعه فاصله اطمینان ۹۵٪

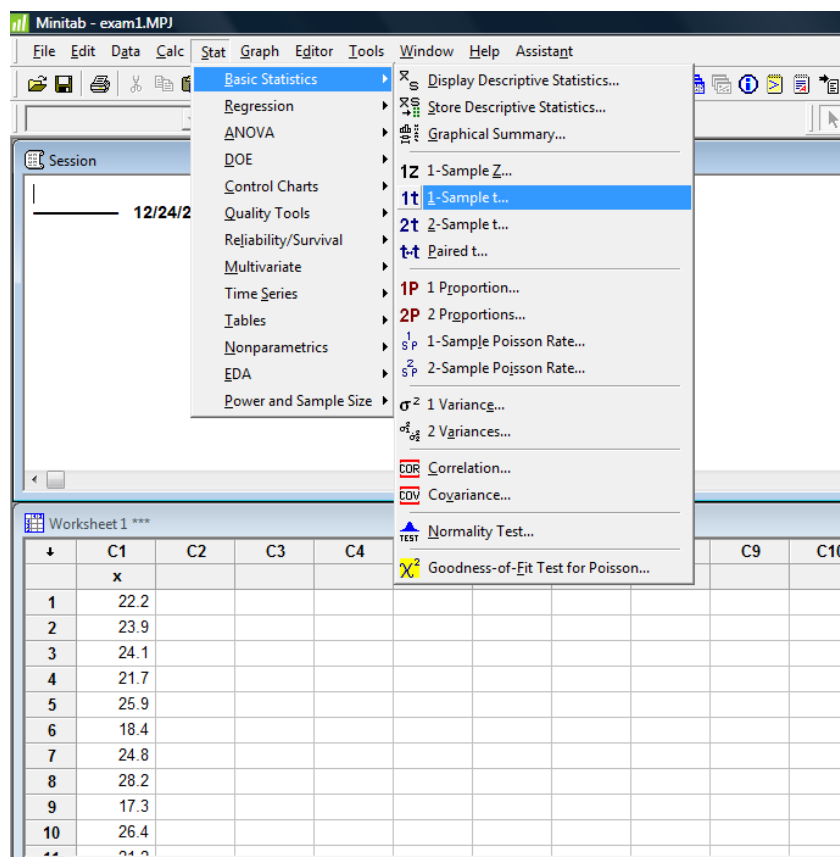
بسازید

22.2	23.9	24.1	21.7	25.9	18.4	24.8	28.2	17.3	26.4	21.2
29.3	23.2	21.9	25.2	26.4	22.6	24.7	23.9	30.8	25.0	19.1
23.5	28.8	27.1	20.4	27.2	23.5	19.3	24.7	29.9	21.3	27.1
26.6	20.0	25.8								

و آزمونهای $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 9 \\ H_1 : \sigma^2 \neq 9 \end{cases}$ و $\begin{cases} H_0 : \mu = 25 \\ H_1 : \mu \neq 25 \end{cases}$ را در سطح ۰/۰۵ انجام دهید.

ابتدا دادهها را در ستون اول صفحه دادهها وارد می کنید و وارد مسیر زیر شوید.

Stat>Basic Statistics>1-sample t...



صفحه داده ها

نکته ۱: اگر انحراف معیار معلوم نباشد و نمونه بزرگ باشد می دانیم طبق قضیه حد مرکزی از توزیع نرمال استفاده میشود اما چون در مورد نمونههای بزرگ فاصله اطمینان به دست آمده از توزیع نرمال استاندارد با تی استودنت تفاوت محسوسی ندارد نرم افزار آزمون تی تست را برای هر دو حالت در نظر میگیرد.

نکته ۲: اگر انحراف معیار جامعه معلوم باشد از مسیر زیر استفاده می شود.

Stat>Basic Statistics>1-sample Z...

ستون اول را انتخاب و وارد پنجره کنید

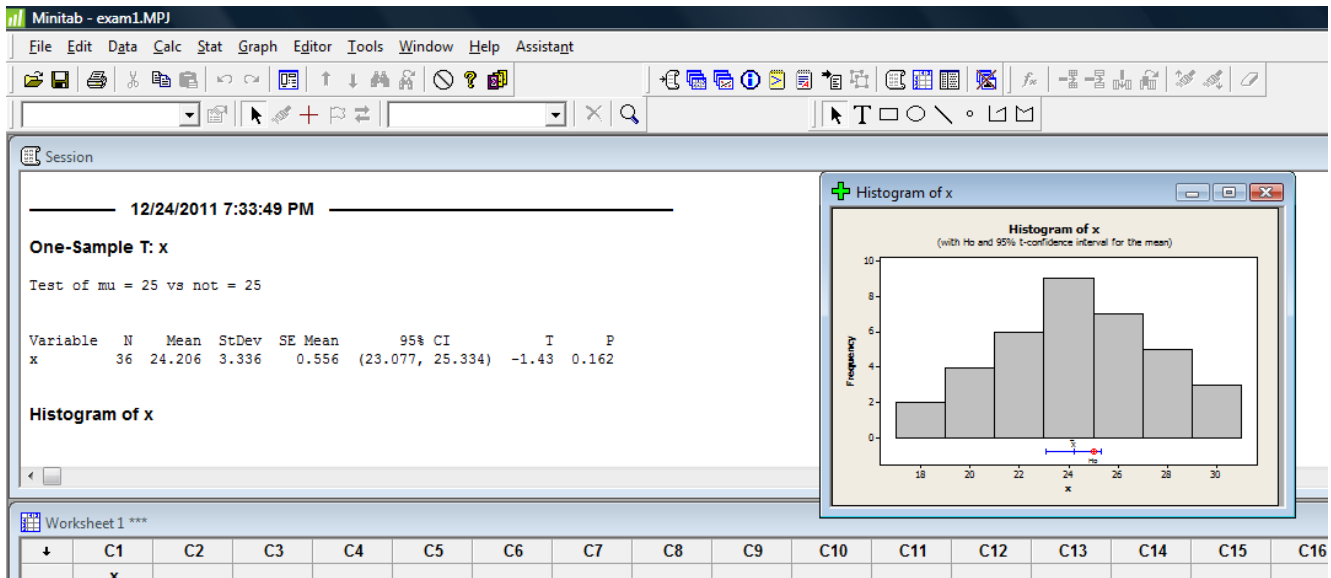
اگر به جای داده آماره ها به طور خلاصه داده شده باشد از این summarized data را انتخاب و آمارهها را وارد می کنید. شامل حجم نمونه، میانگین نمونه و انحراف معیار نمونه

برای آزمون فرضی perform hypothesis را انتخاب و مقدار μ_0 را وارد کنید

اگر علاقه مند به رسم نمودار خاصی مثل هیستوگرام می باشید گزینه Graphs را انتخاب کنید.

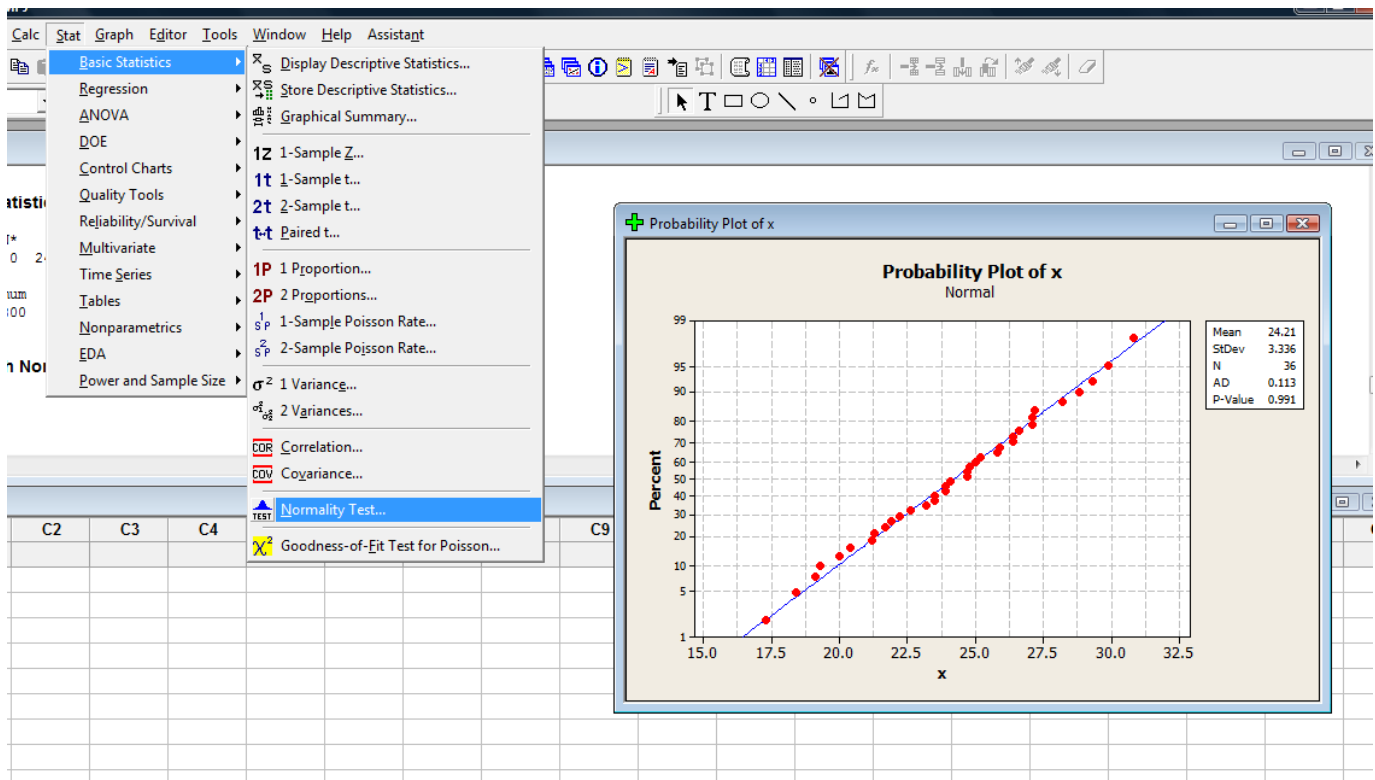
برای بدست آوردن فاصله اطمینان Option را انتخاب و اطلاعات را وارد می کنید

در نهایت گزینه ok را انتخاب، خروجی شما به صورت زیر می باشد:



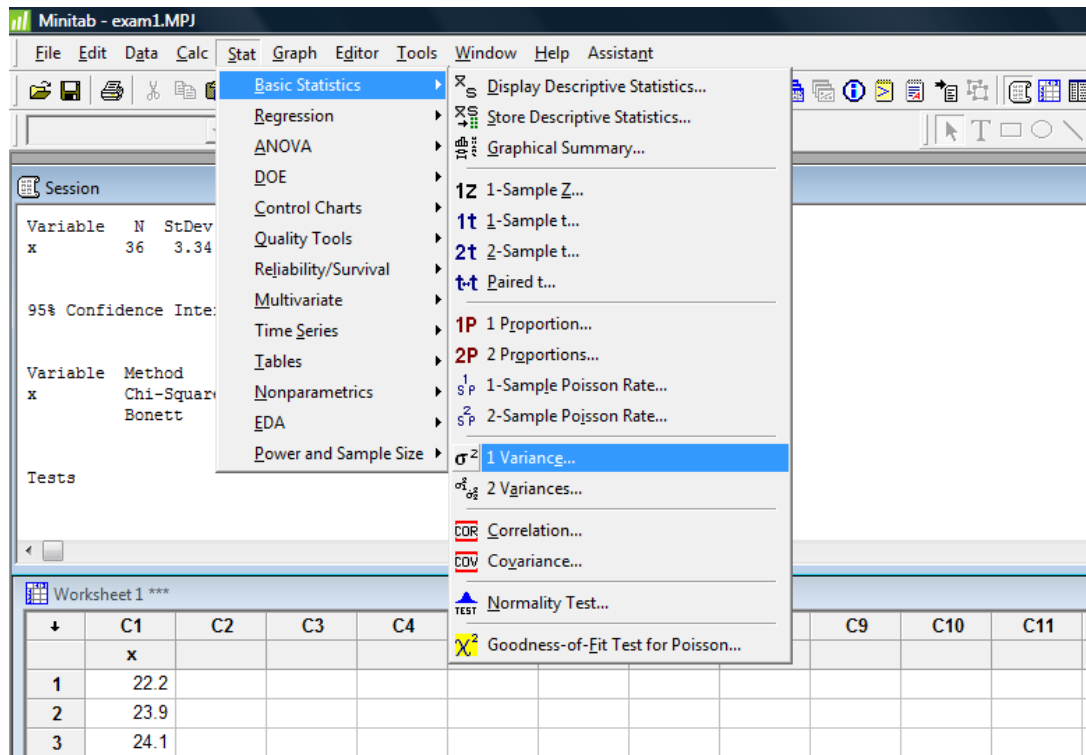
نکته ۳: اگر حجم نمونه کم باشد مشابه رویه بالا عمل کنید فقط ابتدا باید نرمال بودن جامعه را بررسی کنید. مسیر زیر را اجرا کنید اگر نمودار pp-plot رسم شده مشابه زیر بود یعنی نقاط حول خط بودند یا مقدار احتمال بیشتر از ۰/۰۵ بود فرض نرمال بودن پذیرفته می شود.

Stat>Basic Statistics> Normality Test...



وارد مسیر زیر شوید. $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 9 \\ H_1 : \sigma^2 \neq 9 \end{cases}$ برای آزمون

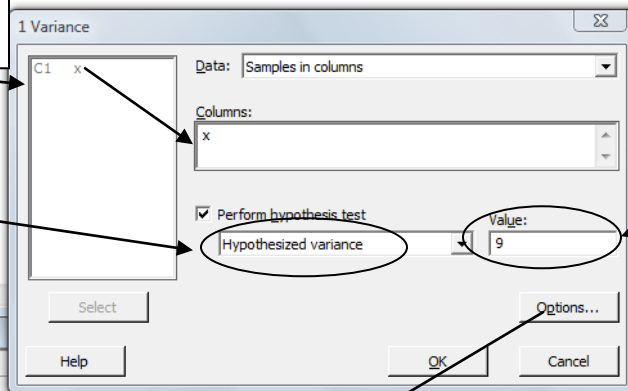
Stat>Basic Statistics> 1 Variance...



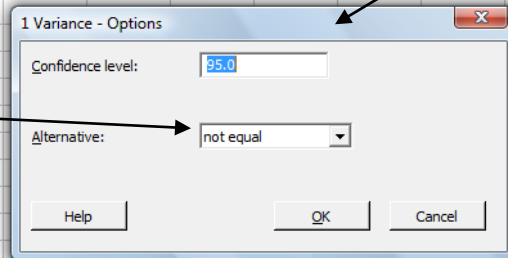
ستون داده مورد نظر را انتخاب کنید

هدف آزمون واریانس یا انحراف معیار است

مقدار مورد نظر برای آزمون



فرض مقابل یکطرفه یا دو طرفه



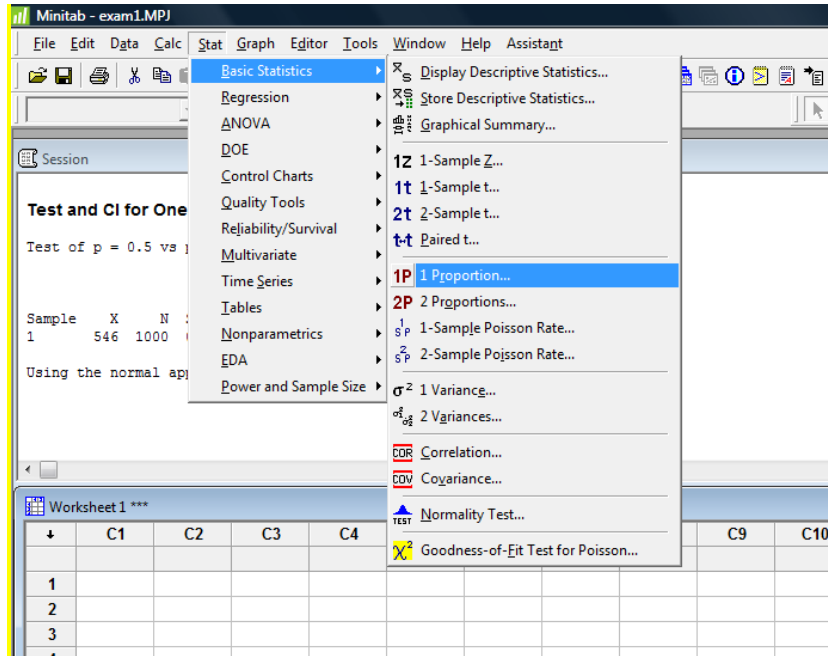
مثال ۲: (بررسی پارامتر نسبت یک جامعه) نمونه ای به حجم ۱۰۰۰ از یک استان انتخاب و تعداد ۵۴۶ نفر به یک

نماینده خاص مورد بررسی رای داده اند فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت واقعی جامعه و آزمون را

در سطح ۰/۰۵ انجام دهید.

Stat>Basic Statistics> 1 Proportion

ابتدا در مسیر زیر را وارد شوید



خروجی

1 Proportion (Test and Confidence Interval)

Samples in columns:

Summarized data

Number of events: 546

Number of trials: 1000

Perform hypothesis test

Hypothesized proportion: 0.5

1 Proportion - Options

Confidence level: 95.0

Alternative: greater than

Use test and interval based on normal distribution

چون داده نداریم آماره ها را وارد کنید

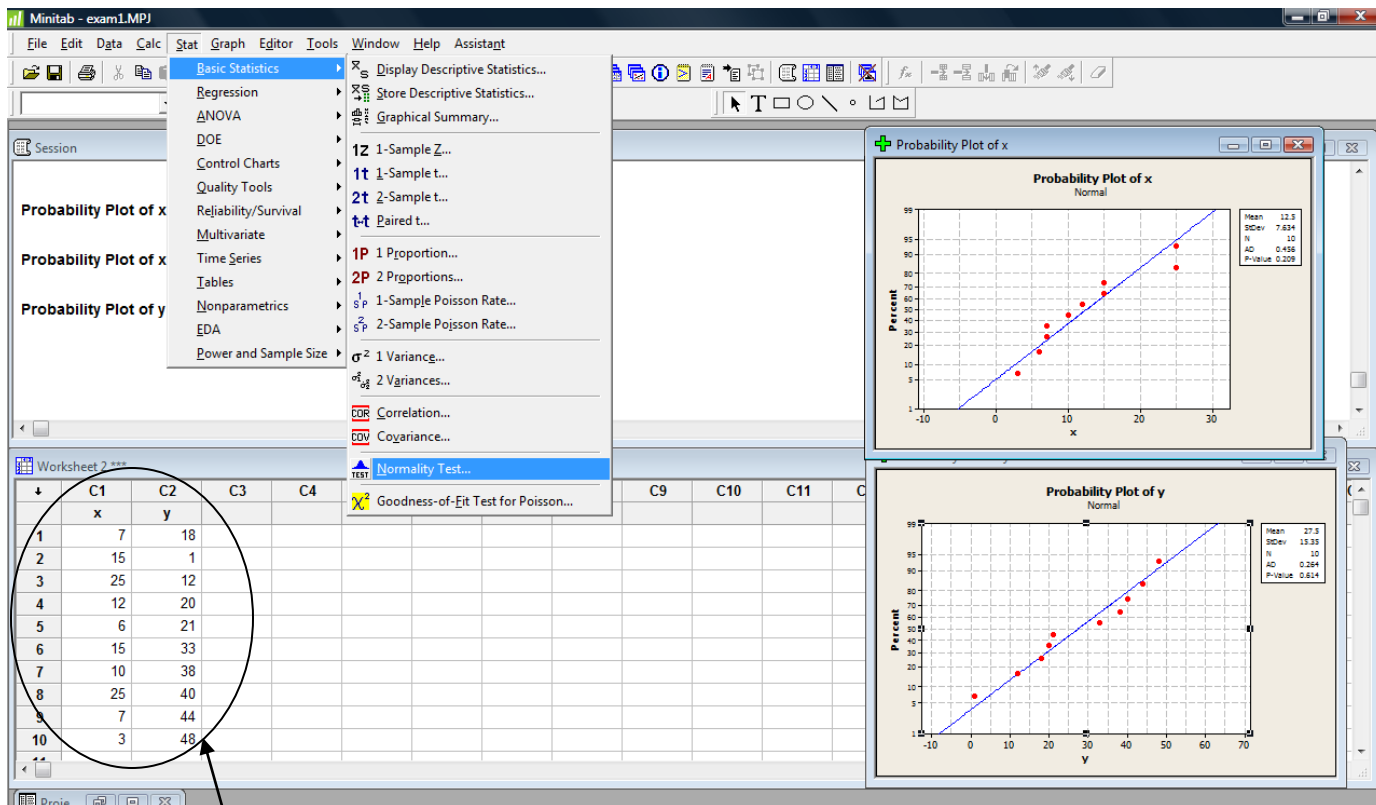
مقدار مورد نظر آزمون

آزمون مقابل یکطرفه و بزرگتری

مثال ۳: (بررسی دو جامعه) میرای تفاوت میانگین دو جامعه زیر فاصله اطمینان ۹۵٪ را بدست آورید و آزمون زیر را در سطح ۰/۰۵ انجام دهید (جامعه ۱: ۱۵،۱۰،۶،۱۵،۱۲،۲۵،۱۵،۷،۳،۲۵، جامعه ۲: ۴۸،۴۴،۴۰،۳۸،۳۳،۲۱،۲۰،۱۲،۱۸)

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{cases}$$

چون حجم نمونه ها کم است ابتدا نرمال بودن دو جامعه را بررسی می کنید سپس فرض برابری واریانسها بررسی می شود.

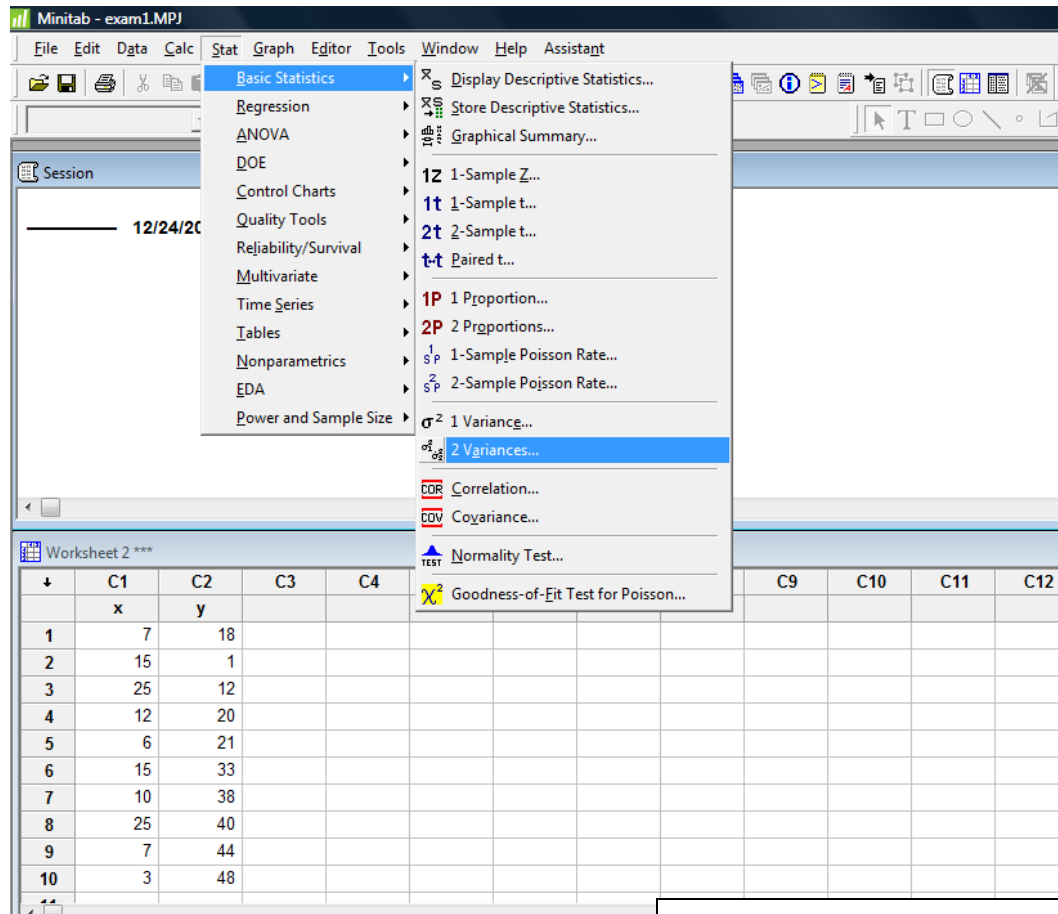


داده ها

فرض نرمال بودن جوامع پذیرفته می شود.

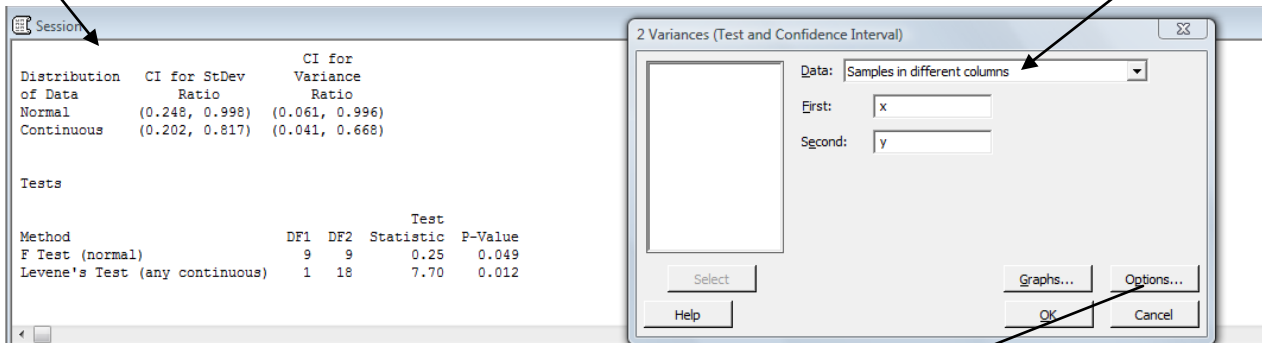
برای بررسی فرض برابری واریانسها وارد مسیر زیر شوید:

Stat>Basic Statistics> 2 Variances



خروجی شامل فاصله اطمینان و نتایج آزمون

چون داده ها در دو ستون وارد شده اند عبارت samples in different columns را انتخاب کنید

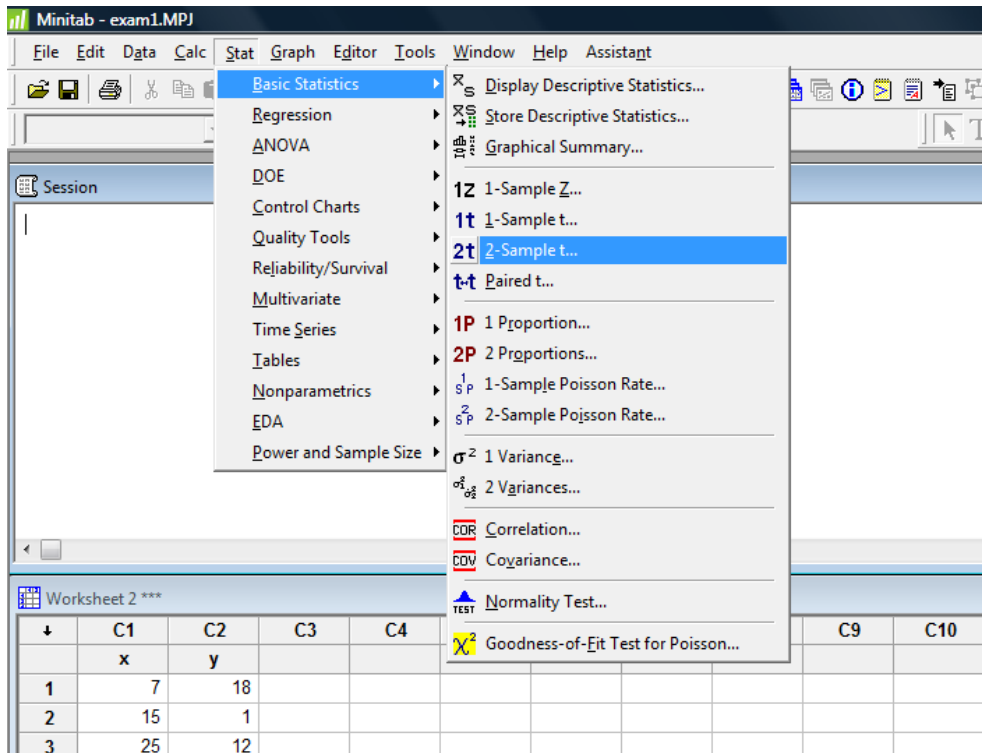


ضریب اطمینان را مشخص کنید

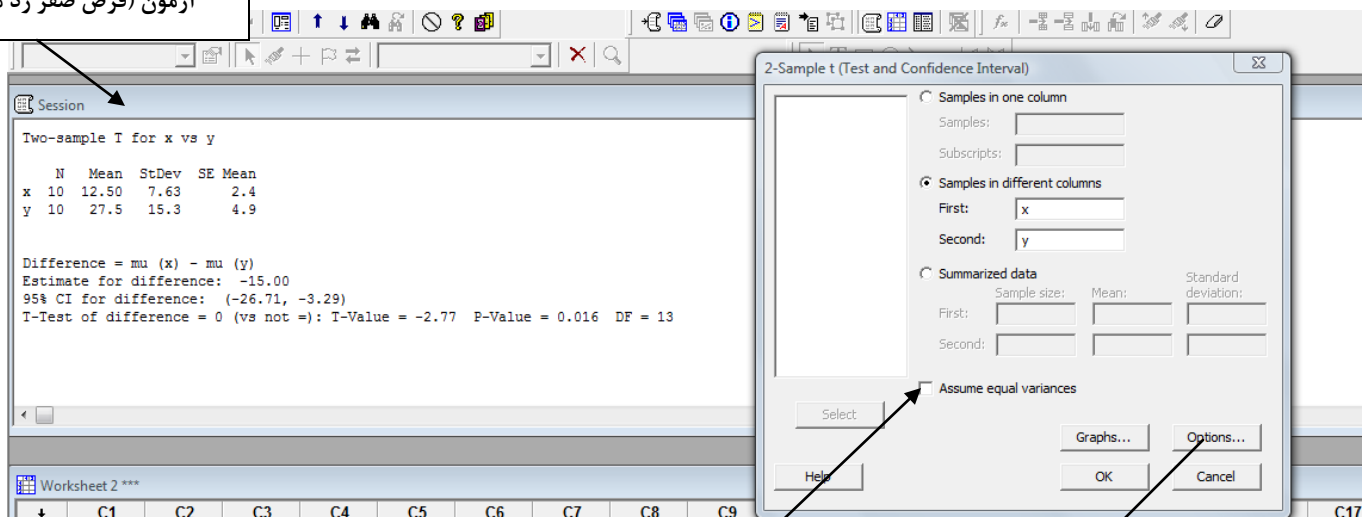
فرضیه را مشخص کنید (برابری واریانسها) یا نسبت واریانسها برابر یک عدد خاص

فرض مقابل را مشخص کنید

چون فرض برابری واریانسها رد شده است پس فاصله اطمینان و آزمون تفاوت میانگینها با فرض نابرابری واریانسها انجام می شود. وارد مسیر Stat>Basic Statistics> 2-Sample t... شوید.

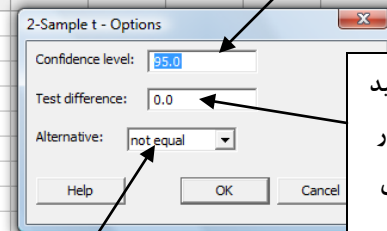


خروجی شامل فاصله اطمینان و نتایج آزمون (فرض صفر رد می شود)



چون فرض برابری واریانسها رد شد علامت نزدیک

فرضیه را مشخص کنید تفاوت میانگینها برابر صفر یا یک عدد خاص



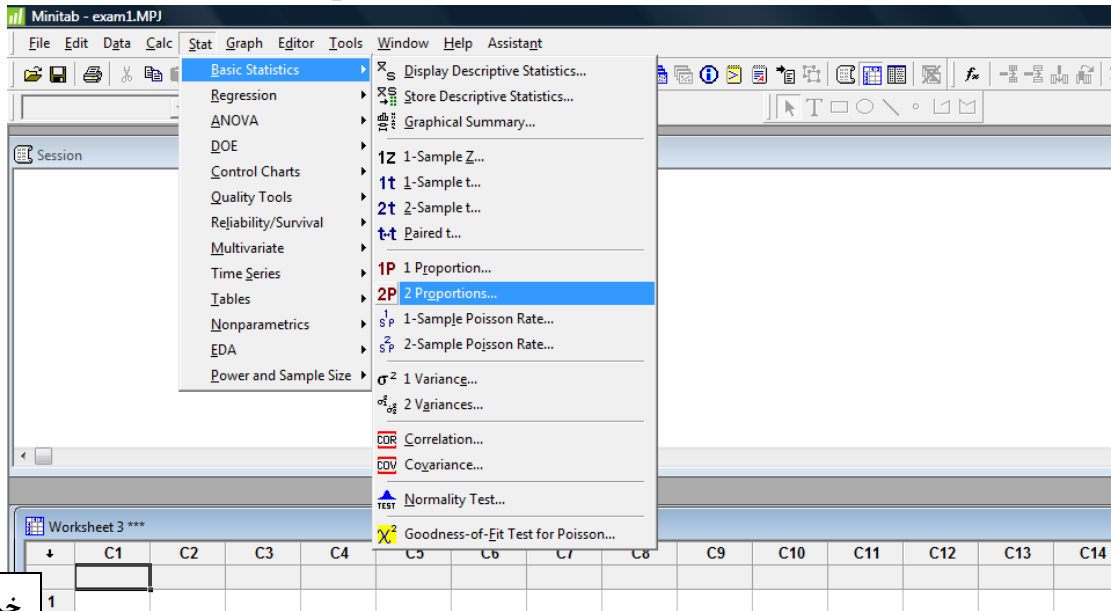
فرض مقابل را مشخص کنید (دو طرفه یا یکطرفه)

مثال ۴: (بررسی نسبت‌های دو جامعه) نمونه‌ای به حجم ۱۰۰۰ از استان ۱ انتخاب و تعداد ۵۴۶ نفر و نمونه‌ای به حجم ۱۰۰۰ از استان ۲ انتخاب و تعداد ۴۷۵ نفر به یک نماینده خاص مورد بررسی رای داده اند فاصله اطمینان ۹۵٪ برای دو نسبت واقعی جامعه و آزمون را در سطح ۰/۰۵ انجام دهید.

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0$$

$$H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$$

Stat>Basic Statistics> 2 Proportion...



خروجی شامل فاصله اطمینان و آزمون برابری نسبتها (فرض صفر رد می شود)

The screenshot shows the Minitab output window and two dialog boxes. The output window displays the following results:

Sample	X	N	Sample p
1	546	1000	0.546000
2	475	1000	0.475000

Difference = p (1) - p (2)
 Estimate for difference: 0.071
 95% CI for difference: (0.0272942, 0.114706)
 Test for difference = 0 (vs not = 0): Z = 3.18 P-Value = 0.001
 Fisher's exact test: P-Value = 0.002

The '2 Proportions (Test and Confidence Interval)' dialog box shows 'Summarized data' selected with the following values:

	Events	Trials
First:	546	1000
Second:	475	1000

The '2 Proportions - Options' dialog box shows the following settings:

- Confidence level: 95.0
- Test difference: 0.0
- Alternative: not equal
- Use pooled estimate of p for test

چون داده نداریم خلاصه اطلاعات را وارد کنید

مقدار مورد نظر آزمون

آزمون مقابل دو طرفه

مثال ۵: (بررسی میانگین چند جامعه، طرح کاملاً تصادفی شده) برای داده های زیر آزمون برابری میانگینها

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4 \end{cases}$$

را در سطح ۰/۰۵ انجام دهید.

تیمار	پاسخ ها						
تیمار ۱	۱۰	۱۵	۸	۱۲	۱۵	-	-
تیمار ۲	۱۴	۱۸	۲۱	۱۵	-	-	-
تیمار ۳	۱۷	۱۶	۱۴	۱۵	۱۷	۱۵	۱۸
تیمار ۴	۱۲	۱۵	۱۷	۱۵	۱۶	۱۵	-

– برای انجام آنالیز واریانس وارد مسیر زیر شوید:

Stat > ANOVA > One-Way...

The screenshot shows the Minitab software interface. The 'Stat' menu is open, and the path 'ANOVA > One-Way...' is highlighted. Below the menu, a data table is visible with columns C1 to C10. The table contains data for four treatments (Timar) across different response values (yij).

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
	Timar	yij								
1	1	10								
2	1	15								
3	1	8								
4	1	12								
5	1	15								
6	2	14								
7	2	18								
8	2	21								
9	2	15								
10	3	17								

نحوه ورود دادهها →

One-way ANOVA: yij versus Timar

Source	DF	SS	MS	F	P
Timar	3	68.00	22.67	4.34	0.018
Error	18	94.00	5.22		
Total	21	162.00			

S = 2.285 R-Sq = 41.98% R-Sq(adj) = 32.30%

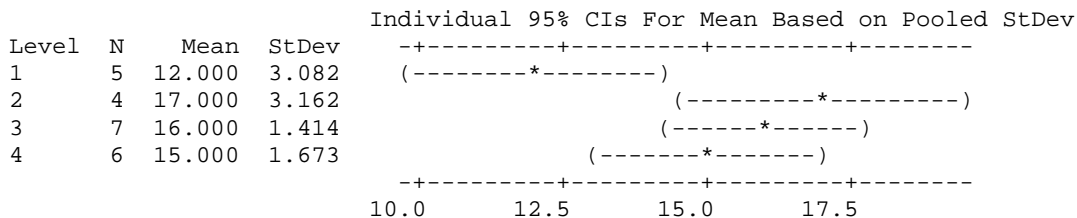
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	Timar	yij						
1	1	10						
2	1	15						
3	1	8						
4	1	12						
5	1	15						
6	2	14						

خروجی شامل جدول آنالیز واریانس و فواصل اطمینان برای هر تیمار. (فرض برابری میانگینها پذیرفته نمیشود)

One-way ANOVA: yij versus Timar

Source	DF	SS	MS	F	P
Timar	3	68.00	22.67	4.34	0.018
Error	18	94.00	5.22		
Total	21	162.00			

S = 2.285 R-Sq = 41.98% R-Sq(adj) = 32.30%



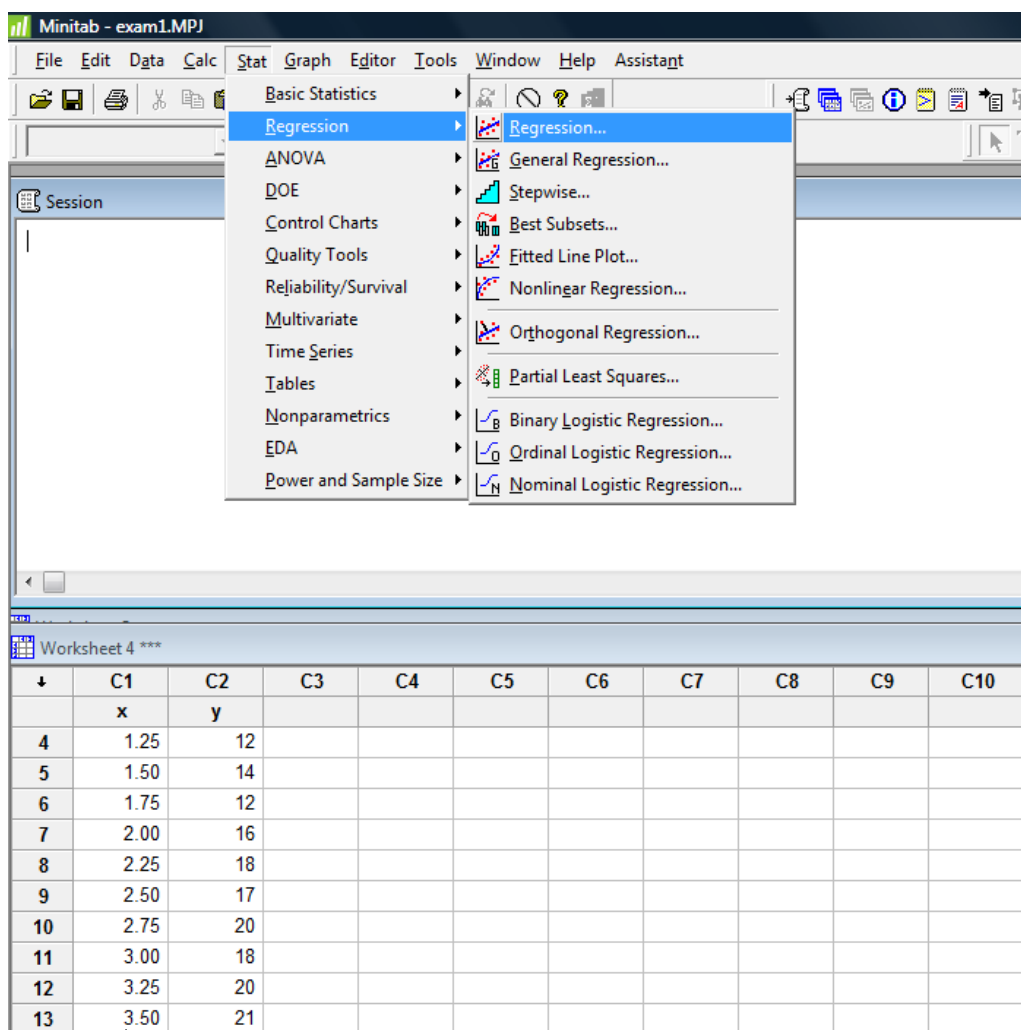
Pooled StDev = 2.285

مثال ۶: (رگرسیون خطی ساده) برای داده‌های جدول زیر برآورد خط رگرسیون را بیابید.

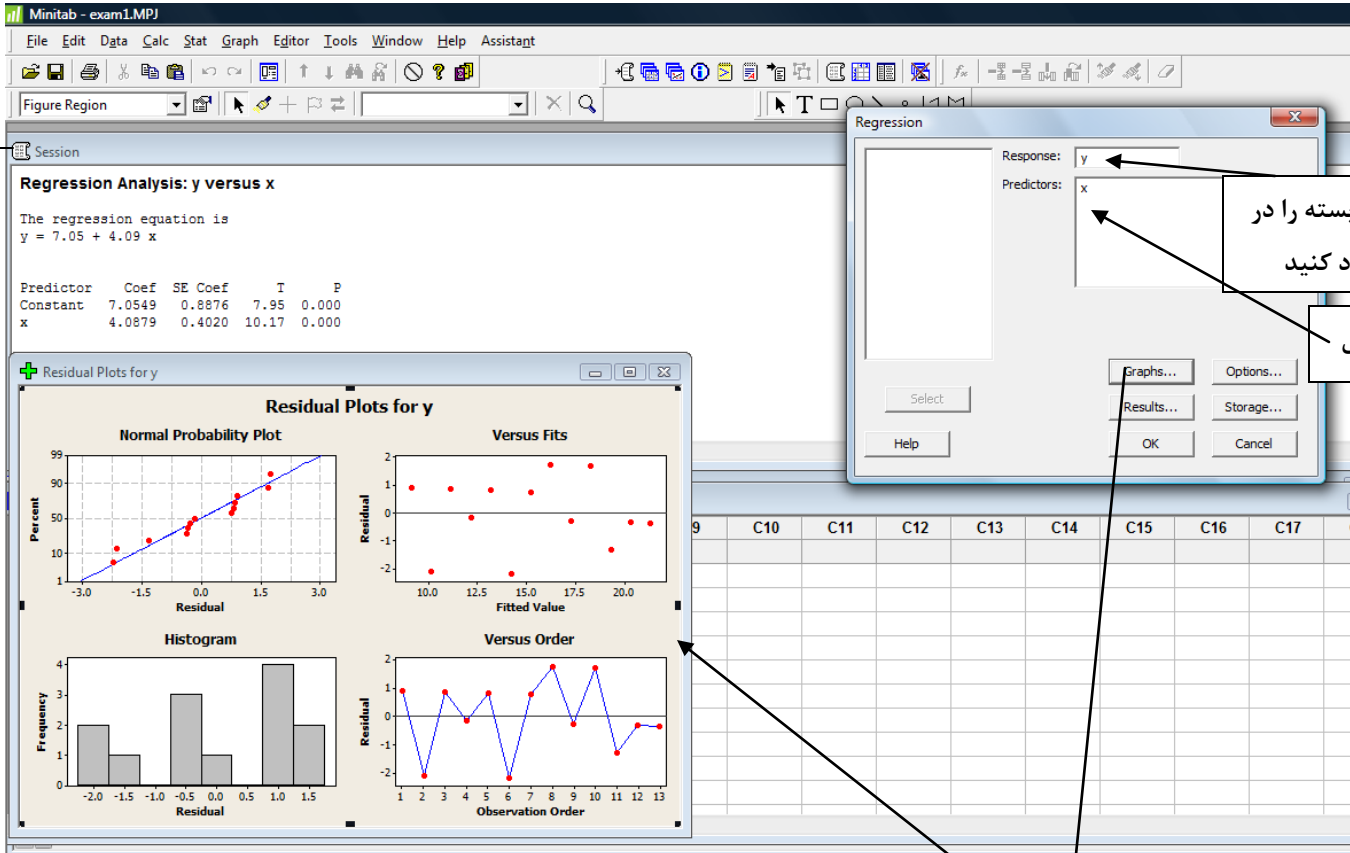
x	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5
y	10	8	12	12	14	12	16	18	17	20	18	20	21

– برای انجام رگرسیون خطی ساده وارد مسیر زیر شوید:

Stat > Regression > Regression...



نحوه ورود داده ها



متغیر پاسخ وابسته را در این قسمت وارد کنید
 متغیر مستقل

برای بررسی فرضیات اساسی رگرسیون رسم این نمودارها مفید می باشد. گزینه Graphs... را انتخاب کنید و Four in one را انتخاب کنید. از این نمودارها برای بررسی فرض نرمال بودن خطاها و ثابت بودن واریانس خطاها استفاده می شود.

The regression equation is
 $y = 7.05 + 4.09x$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	7.0549	0.8876	7.95	0.000
x	4.0879	0.4020	10.17	0.000

S = 1.35579 R-Sq = 90.4% R-Sq(adj) = 89.5%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	190.09	190.09	103.41	0.000
Residual Error	11	20.22	1.84		
Total	12	210.31			

– برای رسم نمودار پراکنش دادهها به مسیر زیر را وارد شوید

Graph> Scatterplot...

The screenshot shows the Minitab interface. The 'Graph' menu is open, and 'Scatterplot...' is highlighted. In the background, a 'Regression Analysis: y vs x' window is visible, showing the regression equation $y = 7.05 + 4.09x$ and a table of data points.

Predictor	Coef	SE Coef
Constant	7.0549	0.88
x	4.0879	0.40

	C1	C2
	x	y
4	1.25	12
5	1.50	14
6	1.75	12
7	2.00	16
8	2.25	18
9	2.50	17
10	2.75	20
11	3.00	18
12	3.25	20
13	3.50	21

The screenshot shows the 'Scatterplots' dialog box in Minitab. The 'With Regression and Groups' option is selected. A text box above the dialog box contains the following text:

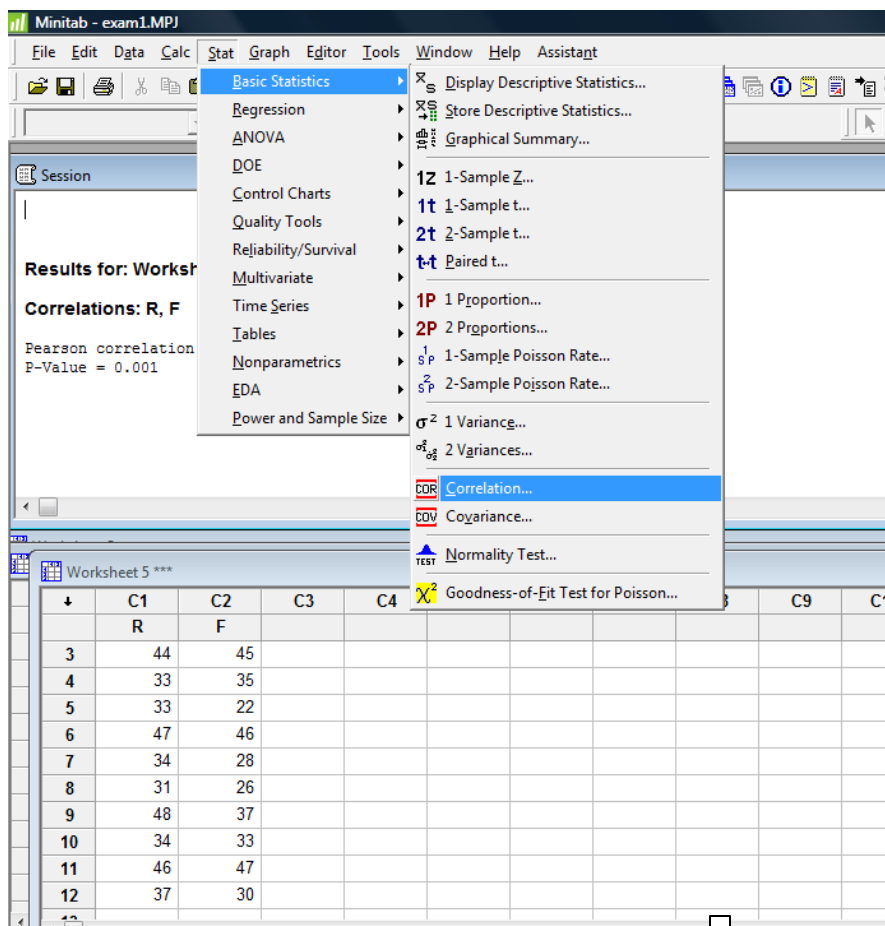
با انتخاب گزینه with Regression و ok نمودار پراکنش رسم می شود.

The background shows a 'Scatterplot of y vs x' window displaying a scatter plot with a regression line. The data points are red dots, and the regression line is blue.

مثال ۷: (ضریب همبستگی) داده‌های زیر مربوط به مقاومت بر حسب اهم و زمان شکست بر حسب دقیقه ترانزیستورها با بار اضافی می باشد ضریب همبستگی را محاسبه و فرضی صفر بودن ضریب همبستگی را بررسی کنید.

مقاومت	۴۳	۲۹	۴۴	۳۳	۳۳	۴۷	۳۴	۳۱	۴۸	۳۴	۴۶	۳۷
زمان شکست	۳۲	۲۰	۴۵	۳۵	۲۲	۴۶	۲۸	۲۶	۳۷	۳۳	۴۷	۳۰

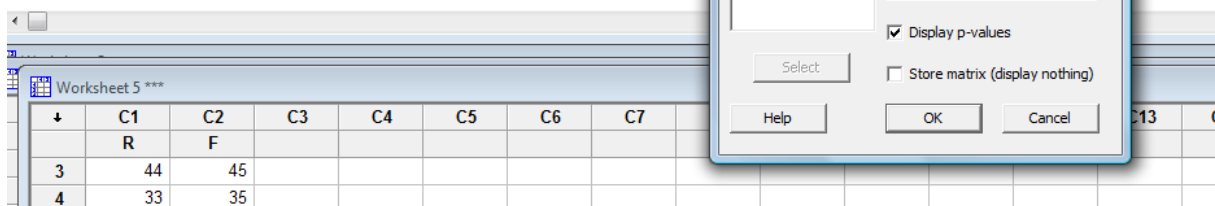
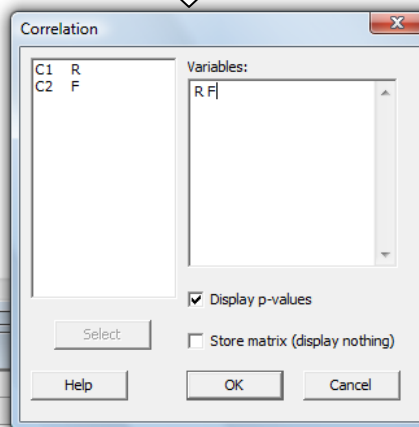
وارد مسیر stat>BasicStatistics>Correlation... شوید.



Results for: Worksheet 5

Correlations: R, F

Pearson correlation of R and F = 0.832
P-Value = 0.001



مثال ۸: (آزمون نکوئی برازش) با استفاده از جدول فراوانی زیر مستقل بودن مصرف سیگار و عصبی بودن را در سطح ۰/۰۵ بیازمایید.

وضعیت	سیگاری	غیرسیگاری
عصبی	۲۱	۳۶
غیرعصبی	۴۸	۲۵

– برای بررسی فرض استقلال مسیر زیر را وارد شوید

Stat>Tables>Cross Tabulation and Chi-Square...

The screenshot shows the Minitab interface. The 'Stat' menu is open, and the path 'Tables > Cross Tabulation and Chi-Square...' is highlighted. Below the menu, a worksheet named 'Worksheet 6 ***' is visible. The worksheet contains the following data:

	C1 A	C2 B	C3 O _i	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11
1	1	1	21								
2	1	2	48								
3	2	1	36								
4	2	2	25								
5											
6											

An arrow points from a text box labeled 'نحوه ورود داده ها' (Data entry method) to the data in the worksheet.

Session

	1	2	All
1	21	36	57
2	48	25	73
All	69	61	130

Cell Contents: Count

Pearson Chi-Square = 10.742, DF = 1, P-Value = 0.001
Likelihood Ratio Chi-Square = 10.873, DF = 1, P-Value = 0.001

Worksheet 6 ***

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
	A	B	Oi			
1	1	1	21			
2	1	2	48			
3	2	1	36			
4	2	2	25			
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Cross Tabulation and Chi-Square

Categorical variables:
For rows: B
For columns: A
For layers:

Frequencies are in: Oi (optional)

Display
 Counts
 Row percents
 Column percents
 Total percents

Cross Tabulation - Chi-Square

Display
 Chi-Square analysis
 Expected cell counts
 Raw residuals
 Standardized residuals
 Adjusted residuals
 Each cell's contribution to the Chi-Square statistic

نحوه ورود اطلاعات

خروجی: فرض استقلال رد می شود

Rows: B Columns: A

	1	2	All
1	21	36	57
2	48	25	73
All	69	61	130

Cell Contents: Count

Pearson Chi-Square = 10.742, DF = 1, P-Value = 0.001
Likelihood Ratio Chi-Square = 10.873, DF = 1, P-Value = 0.001

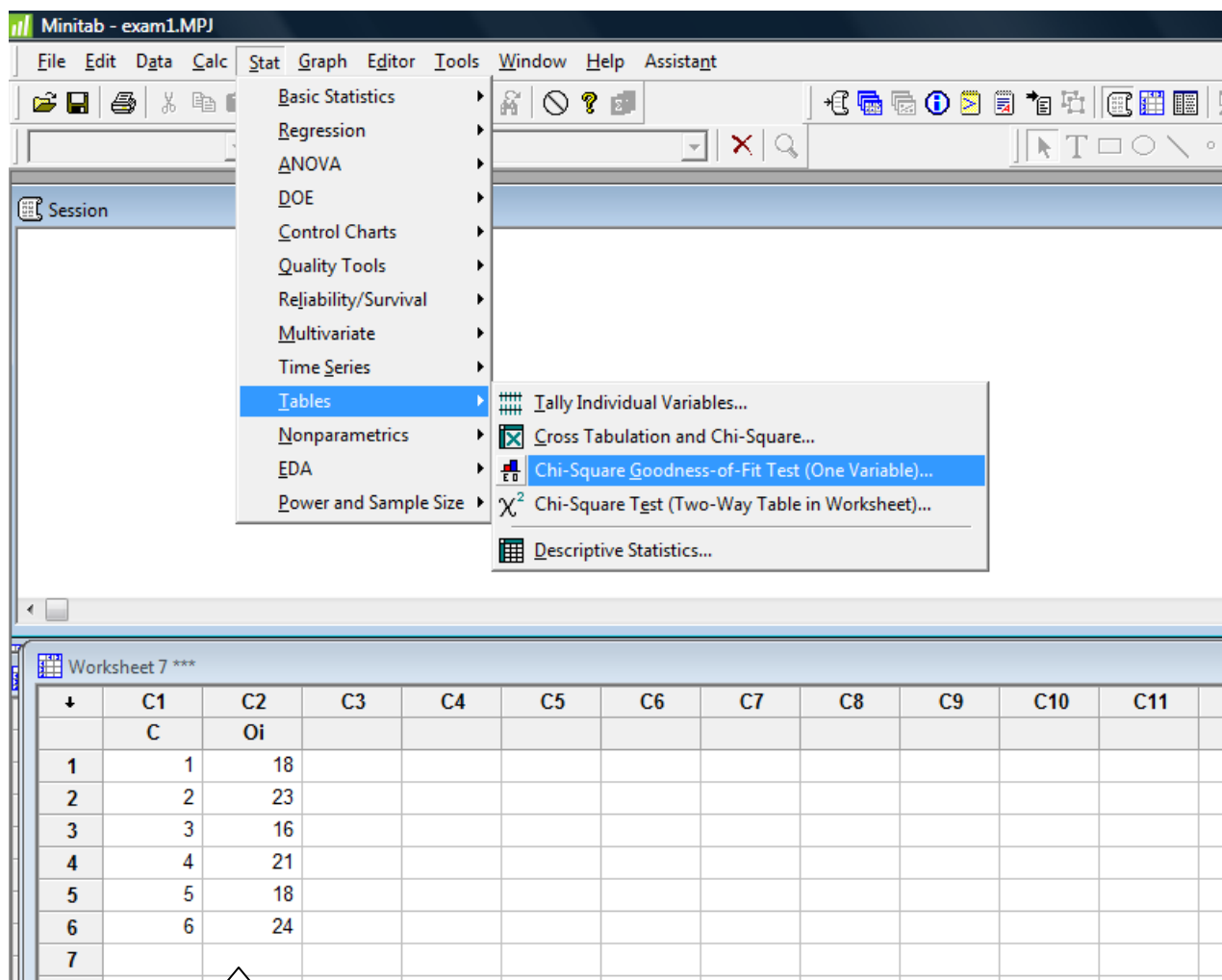
مثال ۹: (آزمون نکوئی برازش) یک تاس را ۱۲۰ بار می اندازیم و مشاهدات به صورت زیر بدست آمده است در سطح

$$\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 \\ H_1 : p_i \neq p_j \end{cases} \quad \text{۰/۰۵ سالم بودن تاس را بیازمایید یعنی}$$

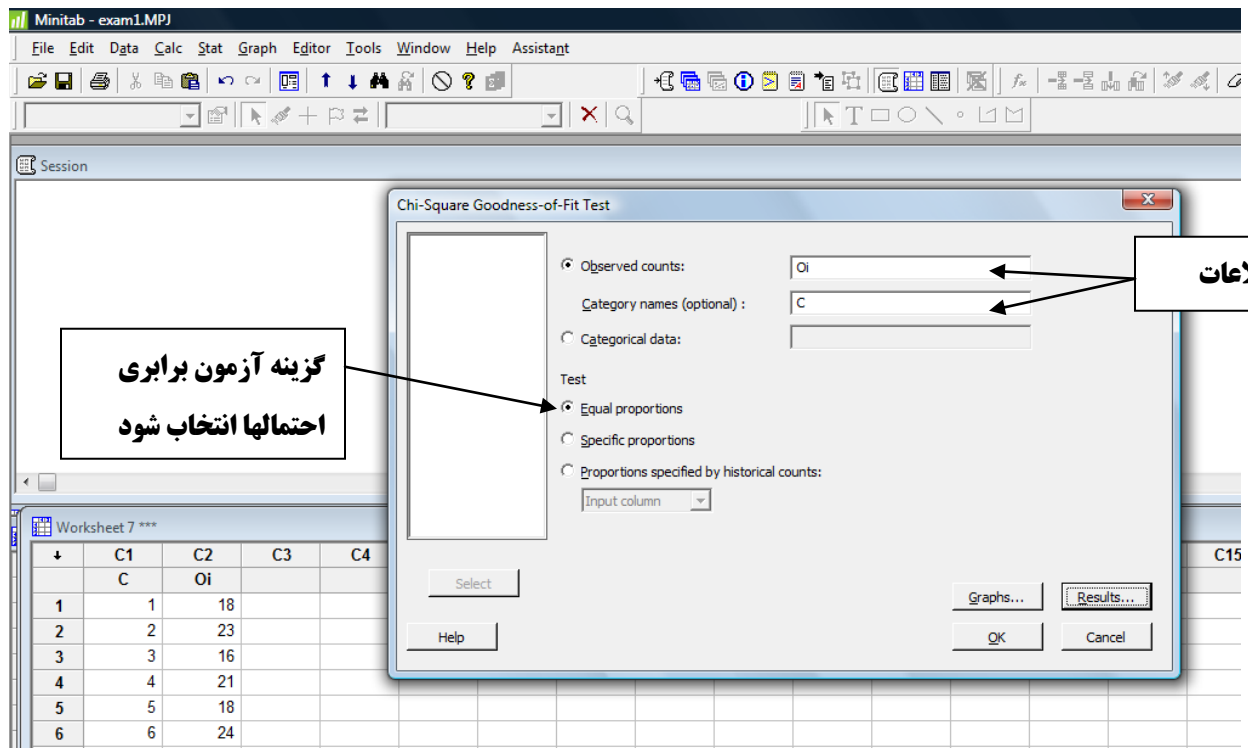
شماره تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶
O _i	۱۸	۲۳	۱۶	۲۱	۱۸	۲۴

– برای انجام آزمون نکوئی برازش وارد مسیر زیر شوید

Stat>Tables> Chi-Square Goodness-of-Fit Test (one Variable)



↑
نحوه ورود داده ها



خروجی: فرض سالم بودن ناس پذیرفته میشود

Category	Observed	Test Proportion	Expected	Contribution to Chi-Sq
1	18	0.166667	20	0.20
2	23	0.166667	20	0.45
3	16	0.166667	20	0.80
4	21	0.166667	20	0.05
5	18	0.166667	20	0.20
6	24	0.166667	20	0.80

N	DF	Chi-Sq	P-Value
120	5	2.5	0.776

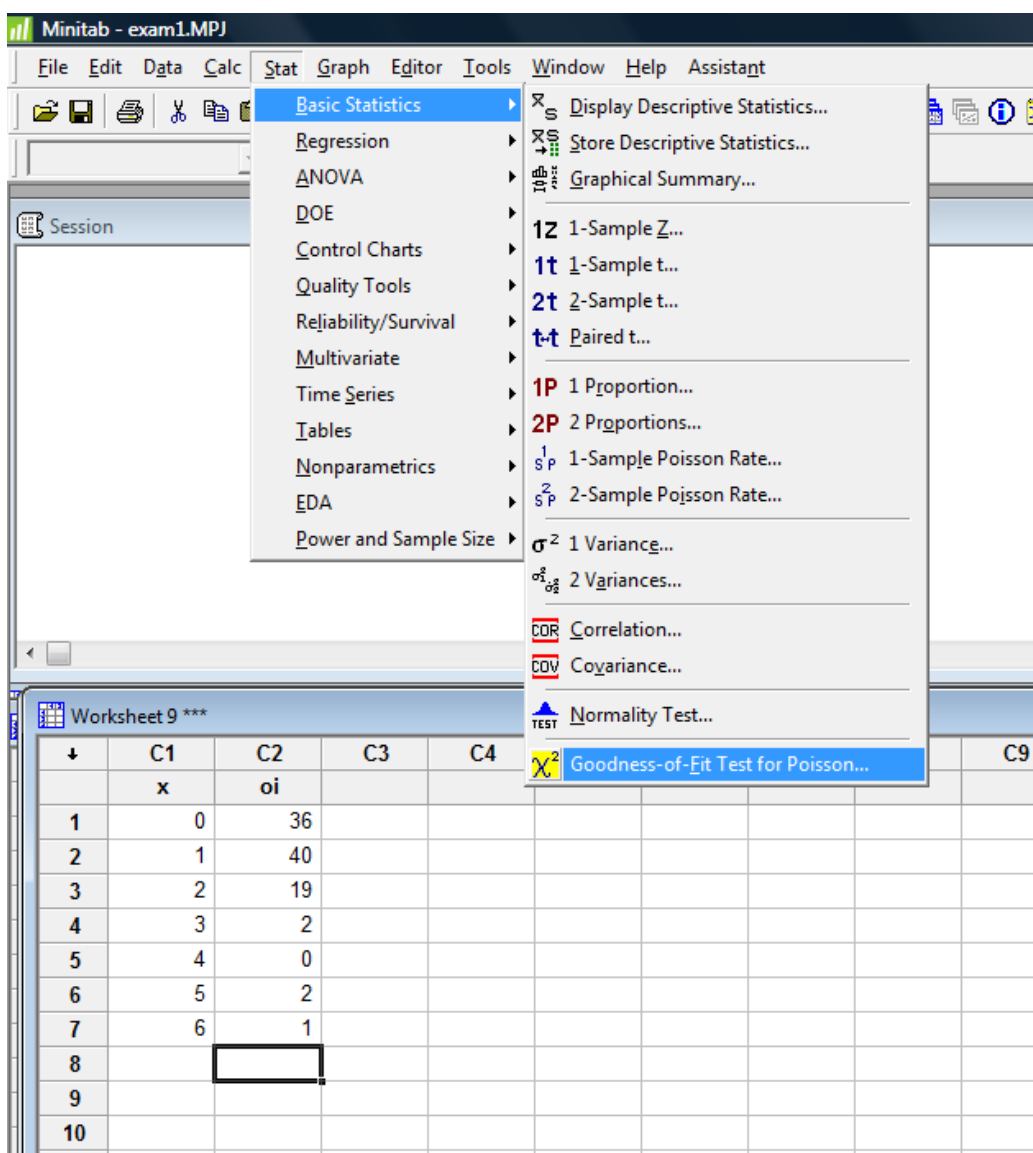
مثال ۱۰: (آزمون نکویی برازش پواسون) تعداد غلطهای چاپی در ۱۰۰ صفحه یک کتاب را شمرده ایم و مشاهدات در جدول زیر خلاصه شده‌اند آیا توزیع پواسون در سطح معنی داری ۰/۰۵ بر داده‌ها برازنده است.

تعداد غلطها	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
oi	۳۶	۴۰	۱۹	۲	۰	۲	۱

$$\begin{cases} H_0 : X \sim Poiss(\lambda) \\ H_1 : X \text{ is not } Poiss(\lambda) \end{cases}$$

– برای انجام آزمون نکویی برازش پواسون وارد مسیر زیر شوید.

Stat>Basic Statistics> Goodness-of-Fit Test for Poisson...



خروجی

Goodness-of-Fit Test for Poisson Distribution

Data column: x
Frequency column: oi

Poisson mean for x = 1

x	Observed	Poisson Probability	Expected	Contribution to Chi-Sq
0	36	0.367879	36.7879	0.01688
1	40	0.367879	36.7879	0.28045
2	19	0.183940	18.3940	0.01997
>=3	5	0.080301	8.0301	1.14341

Worksheet 9 ***

	C1	C2	C3	C4	C5
	x	oi			
1	0	36			
2	1	40			
3	2	19			
4	3	2			
5	4	0			
6	5	2			
7	6	1			

Goodness-of-Fit Test for Poisson

Variable: x

Frequency variable: (optional) oi

نحوه ورود اطلاعات

خروجی: فرض صفر در سطح معنی داری ۰/۰۵ پذیرفته می شود.

Goodness-of-Fit Test for Poisson Distribution

Data column: x
Frequency column: oi

Poisson mean for x = 1

x	Observed	Poisson Probability	Expected	Contribution to Chi-Sq
0	36	0.367879	36.7879	0.01688
1	40	0.367879	36.7879	0.28045
2	19	0.183940	18.3940	0.01997
>=3	5	0.080301	8.0301	1.14341

N	N*	DF	Chi-Sq	P-Value
100	0	2	1.46071	0.482

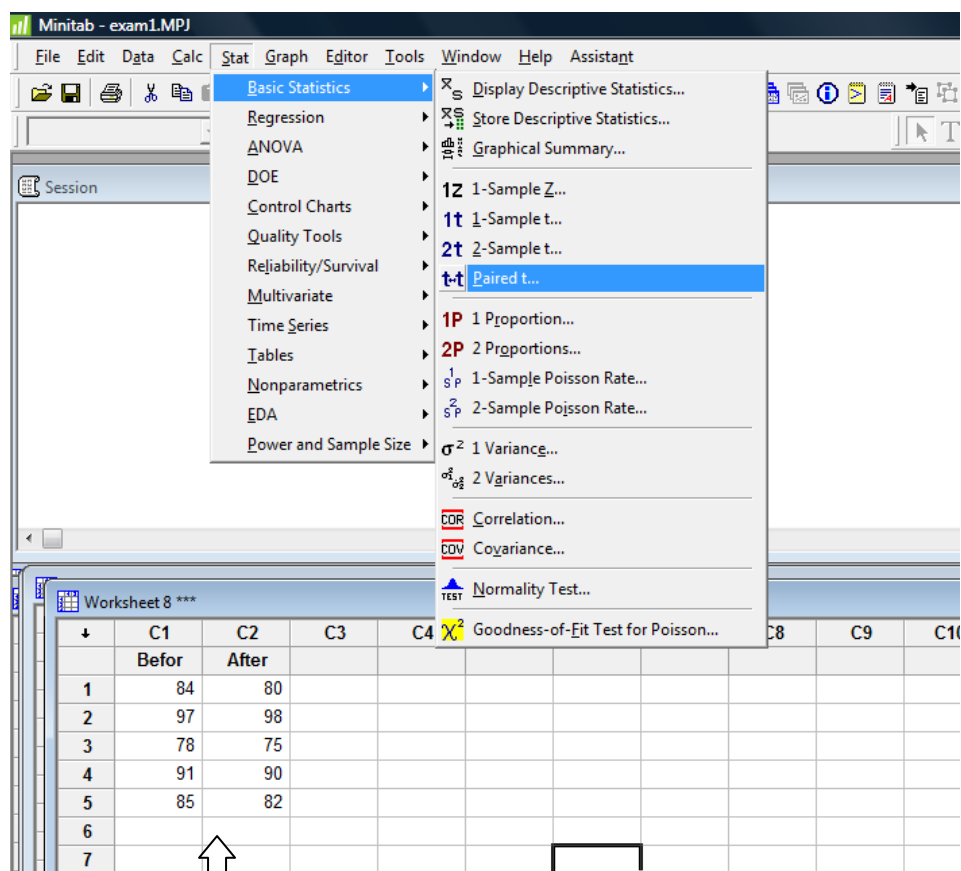
مثال ۱۱: (مقایسات زوجی) برای اندازه گیری تبلیغات ضد چاقی دانشگاهی پنج تن از کارمندان را انتخاب و وزن آنها را قبل و بعد از تبلیغات اندازه گیری نمود و دادهها به شرح زیر به دست آمد فاصله اطمینان ۹۵٪ برای

تغییر وزن بسازید و آزمون $\begin{cases} H_0 : \delta = 0 \\ H_1 : \delta \neq 0 \end{cases}$ را انجام دهید.

قبل از تبلیغات	۸۴	۹۷	۷۸	۹۱	۸۵
بعد از تبلیغات	۸۰	۹۸	۷۵	۹۰	۸۲

– برای انجام مقایسات زوجی وارد مسیر زیر شوید.

Stat>Basic Statistics > Paired t...



نحوه ورود داده ها

Paired T for Befor - After

	N	Mean	StDev	SE Mean
Befor	5	87.00	7.25	3.24
After	5	85.00	9.06	4.05
Difference	5	2.000	2.000	0.894

95% CI for mean difference: (-0.483, 4.483)
 T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 2.24 P-Value = 0.089

Worksheet 8 ***

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
	Befor	After					
1	84	80					
2	97	98					
3	78	75					
4	91	90					
5	85	82					
6							
7							
8							
9							
10							

Paired t (Test and Confidence Interval)

Samples in columns
 First sample: Befor
 Second sample: After

Summarized data (differences)
 Sample size:
 Mean:
 Standard deviation:

Paired t evaluates the first sample minus the second sample.

Paired t - Options

Confidence level: 95.0
 Test mean: 0.0
 Alternative: not equal

نحوه ورود اطلاعات

خروجی: فرض صفر پذیرفته می شود، یعنی تبلیغات تأثیری بر کاهش وزن کارمندان نداشته است.

Paired T for Befor - After

	N	Mean	StDev	SE Mean
Befor	5	87.00	7.25	3.24
After	5	85.00	9.06	4.05
Difference	5	2.000	2.000	0.894

فاصله اطمینان زوجی (صفر را در بر دارد)

95% CI for mean difference: (-0.483, 4.483)

T-Test of mean difference = 0 (vs not = 0): T-Value = 2.24 P-Value = 0.089