x تعداد ساعات	y نمره	رتبه x r_i	رتبه y s_i	اختلاف d_i	d_i^2
۳ 8 ۵	56	4.5	4	.5	.25
۲ 5 ۲	44	2.5	2	.5	.25
۶ 11 ۷	79	7	8	-1	1
۷ 13 ۸	72	8	7	1	1
۵ 10 ۶	70	6	6	0	0
۲ 5 ۳	54	2.5	3	-.5	.25
18 ۱۰	94	10	10	0	0
15 ۹	85	9	9	0	0
۱ 2 ۱	33	1	1	0	0
۳ 8 ۴	65	4.5	5	-.5	.25

حل:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{18}{990} = .98$$

توزیع R_s

مثال ۶: در جدول زیر نمره‌های زبان و ریاضی نه دانشجو داده شده است. بـا مـیزان α=.05 بیازمایید که استعدادهای یادگیری در این دو درس مستقل می‌باشند.

شماره دانشجو	1	2	3	4	5	6	7	8	9
نمره زبان	50	23	28	34	14	54	46	52	53
نمره ریاضی	38	28	14	26	18	40	23	30	27

رتبه نمره‌های زبان	1	2	3	4	5	6	7	8	9
رتبه نمره‌های ریاضی	2	6	1	4	3	8	7	5	9

$$d^2 = \sum_{i=1}^{9}(r_i - s_i)^2 = 1+16+4+0+4+4+0+9+0 = 38$$

$$r_s = 1 - \frac{6d^2}{9(9^2-1)} = 1 - \frac{6\times 38}{9\times 80} = .6834$$

$$P(R_s \geq .6834) = P(D^2 \leq 38) = .0252$$

این احتمال را به کمک جدول شماره ۵ پیدا می‌کنیم. بدون استفاده از ایـن جـدول، تقریب نرمال برای این احتمال بدین طریق محاسبه می‌شود:

$$P(R_s \geq .6834) = P(R_s\sqrt{n-1} \geq .6834\sqrt{8}) \approx P_N(Z \geq 1.93) = .0268$$

توزیع مجانبی T

چون تحت فرض مستقل بودن X و Y آماره T متقارن بوده و همواره $-1\le T\le 1$،
پس $E(T)=0$.
با محاسباتی نسبتاً پیچیده می‌توان ثابت کرد که

$$Var(T)=\frac{2(2n+5)}{9n\,(n-1)}$$

برای nهای بزرگ می‌توان ثابت کرد که تحت فرض مستقل بودن X و Y داریم

$$\frac{T-0}{\sqrt{Var(T)}}=\frac{3\sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{2(2n+5)}}T\xrightarrow{d}Z\sim N(0,1)$$

می‌دانیم که اگر X و Y مستقل باشند $\tau=0$. با استفاده از توزیع T می‌توان فرض مستقل بودن X و Y را بیازماییم.

مثال ۹: در مثال مربوط به نمره دانشجویان که در بالا داشتیم، فرض مستقل بودن طرز رتبه‌گذاری دو معلم a و b را بیازمایید. میزان با معنایی $\alpha=.05$

حل: اگر $|T|$ خیلی بزرگ باشد باید نسبت به فرض مستقل بودن مشکوک شد، زیرا T برآورد τ می‌باشد. در این مثال همانطوری که قبلاً دیدیم یافته T برابر 5. می‌باشد. حال می‌نویسیم

$$P(|T|>.5)=P\left(\frac{|T|}{\sigma_T}>\frac{.5}{\sigma_T}\right)=P\left(|Z|>\frac{.5}{\sigma_T}\right)$$

$$\sigma_T^2=\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}=\frac{2\times 21}{72\times 7}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{.5}{\sigma_T}=.5\sqrt{12}=1.7321$$

$$P(|T|>.5)=P(|Z|>1.73)=2[1-P(Z<1.73)]=.08$$

چون احتمال با معنایی از 05. بیشتر می‌باشد، پس با میزان 05. فرض مستقل بودن را رد نمی‌کنیم.