



دانشگاه سمنان

دانشکده علوم ریاضی، آمار و کامپیوتر

## برگه طرح سوالات امتحانی پایان ترم نیمسال اول ۹۲-۹۳

نام استاد: حسینی تاریخ برگزاری امتحان: ۹۳/۱۰/۱۷ مدت زمان امتحان: ۱۵۰ دقیقه

نام درس: مبانی جبرخطی و ماتریس گروه آموزشی: تعداد سوال: ۶

نام و نام خانوادگی دانشجو: شماره دانشجویی:

۲	۱- فرض کنید $X = \{x_1, \dots, x_{k-1}, x_k\}$ یک زیرمجموعه متناهی از یک فضای برداری و $X' = \{x_1, \dots, x_{k-1}\}$ باشد در اینصورت $Sp(X) = Sp(X')$ اگر و تنها اگر $x_k$ ترکیب خطی از $x_1, \dots, x_{k-1}$ باشد.
۲	۲- فرض کنید $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ یک پایه برای فضای برداری $V$ باشد آن گاه هر زیرمجموعه $n$ عضوی مستقل از $V$ ، یک پایه برای آن است.
۲	۳- تجزیه جردن $A$ را بدست آورید. $A = \begin{bmatrix} x & y & y \\ y & x & y \\ y & y & x \end{bmatrix}$
۲/۵	۴- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -13 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -13 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ الف) رتبه $A$ را بدست آورید. (۵/۰ نمره) ب) بررسی کنید $X$ مولد $R^3$ می باشد (۵/۰ نمره) و سپس طبق قضیه استخراج پایه از $X$ یک پایه برای $R^3$ بسازید. (۵/۰ نمره) ج) به روش گرام اشمیت از مجموعه $X$ یک مجموعه متعامد یکه بسازید. (۱ نمره)
۲	۵- پایه مرتب $T = [(t^2 - 1), 2t, (t + 1)]$ را برای $P_2$ در نظر بگیرید و $x = 4t^2 - 3t + 1$ است. الف) مختصات $x$ را نسبت به $T$ بیابید. (۵/۰ نمره) ب) ماتریس ضرب داخلی را برای پایه مرتب $T$ برای ضرب داخلی $f \cdot g = \int_0^1 f(t)g(t)dt$ به دست آورید. (۱ نمره) ج) از قضیه توسعه پایه استفاده کنید و پایه ای برای $P_2$ بسازید که شامل $(t^2 - 1)$ باشد. (۵/۰ نمره)
۱/۵	۶- فرض کنید $J_{n \times n}$ ماتریسی باشد که تمام عناصر آن یک است و $D(x_i)$ یک ماتریس قطری باشد با عناصر روی قطر مخالف صفر $x_1, \dots, x_n$ ، نشان دهید $ J + D(x_i)  = \left( \prod_{i=1}^n x_i \right) \left( 1 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \right)$

موفق باشید