

به نام خدا

مدت پاسخگویی 100 دقیقه

امتحان میان ترم احتمال 1

۱- فرض کنید  $E(X) = 1$  و  $Var(X) = 5$  باشد مطلوبست (۱ نمره)

$$E[(2+X)^2] = ?, \quad Var(4+3X) = ?$$

۲- تابع چگالی توأم  $X$  و  $Y$  بصورت زیر است (۱/۵)

$$Cov(X, Y) = 1 \text{ نشان دهید}$$

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{y} e^{-(y+\frac{x}{y})} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{ow} \end{cases}$$

۳- تابع احتمال توأم دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  بصورت زیر است. (۲/۵ نمره)

$$P(X = x, Y = y) = \begin{cases} \frac{1}{c} & (x, y) = (1, 2), (1, 3), (2, 3) \\ \frac{x}{c} & (x, y) = (1, 1), (2, 2), (3, 3) \\ 0 & \text{ow} \end{cases}$$

الف) مقدار  $c$  را مشخص کنید.

ب) تابع توزیع متغیر  $X$  را به دست آورید و رسم کنید.

ج) آیا این دو متغیر مستقلند؟

$$P(XY \leq 2) = ? \text{ (د)}$$

ه) ضریب همبستگی بین  $X$  و  $Y$  را بیابید.

$$۴- \text{ اگر تابع چگالی متغیر تصادفی } X \text{ بصورت } f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} x e^{-\frac{x}{2}} & x > 0 \\ 0 & \text{ow} \end{cases} \text{ باشد تابع توزیع، امید ریاضی،}$$

میانه، مد و چارک سوم  $X$  را به دست آورید (۲ نمره)

موفق باشید